

PHAN DOãn THOẠI (Chủ biên) – LÊ TỰ ĐỆ

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN 6

THEO CHỦ ĐỀ

PHẦN HÌNH HỌC

(BÁM SÁT CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG)

(Tái bản lần thứ nhất)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Lời nói đầu

Chương trình toán trung học cơ sở được trình bày theo các chủ đề. Trong mỗi chủ đề có quy định chuẩn (mức độ cần đạt) về kiến thức và kĩ năng tương đối chi tiết. Do những quy định về thời lượng dạy học, mỗi chủ đề được phân phối trong một hoặc nhiều bài học của SGK. Để giúp học sinh THCS nắm vững kiến thức và phương pháp giải toán, chúng tôi biên soạn bộ sách :

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN THEO CHỦ ĐỀ

Bộ sách gồm 8 quyển. Mỗi lớp hai quyển, một quyển bao gồm các chủ đề Số học (lớp 6), Đại số (lớp 7, 8, 9), một quyển bao gồm các chủ đề Hình học.

Sách được phân chia thành các chương với tên chương như trong SGK. Mỗi chương gồm các chủ đề. Mỗi chủ đề gồm hai phần :

A. Kiến thức cần nhớ. Phần này trình bày tóm tắt những kiến thức cơ bản và nâng cao cần thiết cho việc giải toán.

B. Các dạng bài tập cơ bản. Dựa vào những nội dung cơ bản của từng chủ đề, chúng tôi đưa ra các dạng bài tập để thực hành và luyện tập các nội dung phục vụ cho chủ đề. Trong mỗi dạng bài tập có ba nội dung chính sau đây : **Phương pháp giải; Ví dụ; Bài tập.** Mỗi phương pháp giải đưa ra một số ví dụ minh họa tiêu biểu.

Hệ thống bài tập, về cơ bản gồm hai loại : Loại 1, áp dụng trực tiếp phương pháp và các ví dụ nêu trên; Loại 2, gồm các bài tập vận dụng một cách tổng hợp các phương pháp đó.

Các tác giả đã dành nhiều thời gian để sắp xếp các chủ đề theo thứ tự logic của chương trình; lựa chọn các ví dụ và bài tập từ dễ đến khó và cố gắng đáp ứng nhu cầu nắm vững kiến thức cơ bản của đa số học sinh, đồng thời hướng học sinh đi sâu (ở một số bài tập có dấu ***), phát triển những kiến thức được truyền thụ và rèn luyện kĩ năng.

Mặc dù bộ sách đã được các tác giả nhiều năm kinh nghiệm giảng dạy dày công biên soạn nhưng cũng không thể tránh khỏi thiếu sót, rất mong được bạn đọc góp ý.

Mọi thư từ góp ý xin gửi về :

P. Khai thác và Quản lí Để tài – Công ty CP Sách Giáo dục tại Tp Hà Nội.

Địa chỉ : Lô B1 DN 14/3 – Nguyễn Khánh Toàn – Quan Hoa – Cầu Giấy – Hà Nội.

Hà Nội, ngày 01 tháng 01 năm 2011.

Các tác giả

Chương 1

ĐOẠN THẲNG

Chủ đề 1

ĐIỂM – ĐƯỜNG THẲNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Điểm, đường thẳng là những hình hình học không định nghĩa.
2. Sợi chỉ căng thẳng cho ta hình ảnh một đường thẳng. Đường thẳng không bị giới hạn về hai phía. Dùng chữ cái viết thường như a, b, c,... để đặt tên cho đường thẳng.
3. Dấu chấm nhỏ, hai đường thẳng cắt nhau cho ta hình ảnh của điểm. Dùng chữ cái viết hoa như A, B, C,... để đặt tên cho điểm.
4. Cách viết kí hiệu : $A \in a$ (điểm A thuộc đường thẳng a) ;
 $B \notin a$ (điểm B không thuộc đường thẳng a).

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

I. Phương pháp giải

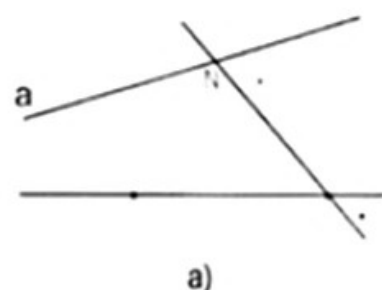
Các bài tập phần này giúp người học hiểu về điểm và đường thẳng ; cách biểu diễn và nhận biết về điểm, đường thẳng. Vì vậy :

1. Tập làm quen, biểu diễn và đặt tên điểm trên trang giấy bằng cách :
 - Lấy một dấu chấm nhỏ ;
 - Hoặc kẻ hai đường thẳng cắt nhau.
2. Làm quen việc sử dụng thước thẳng và bút chì để kẻ đường thẳng và đặt tên cho nó (yêu cầu nét bút thanh và đều).
3. Kẻ 3, 4 đường thẳng cùng đi qua một điểm A. Chẳng hạn, các đường thẳng a, b, c cùng qua điểm A thì ta có : $A \in a, A \in b, A \in c$; ta gọi ba đường thẳng này là ba đường thẳng *đồng quy*.

II. Ví dụ

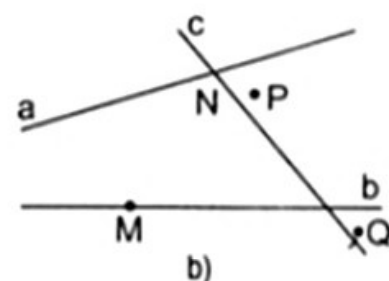
Ví dụ 1.

- 1) Đặt tên cho các điểm và đường thẳng còn lại trên hình 1a.
- 2) Điểm N thuộc đường thẳng nào ?
- 3) Điểm N không thuộc đường thẳng nào ?



Giải

- 1) Bốn điểm chưa có tên, dùng bốn chữ cái, chẳng hạn M, P, Q, I đặt tên cho từng điểm. Còn hai đường thẳng chưa có tên, dùng hai chữ cái, chẳng hạn b, c đặt tên cho hai đường thẳng đó (H.1b).

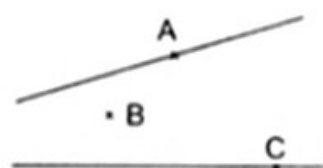


Hình 1

- 2) Giả sử đã đặt tên như câu 1), ta có điểm $N \in a$, $N \in c$.

- 3) Điểm $N \notin b$.

Ví dụ 2. Trong hình 2 có ba điểm A, B, C đã biết. Hãy dùng chữ m, n đặt tên cho hai đường thẳng. Biết điểm $A \in m$, điểm $C \in n$ và điểm $B \notin m$, $B \notin n$.



Hình 2

Giải

Theo đầu bài, điểm $A \in m$, vậy đường thẳng phía trên là đường thẳng m. Điểm $C \in n$, vậy đường thẳng phía dưới là đường thẳng n.

Cách đặt tên này thoả mãn cả điều kiện $B \notin m$ và $B \notin n$.

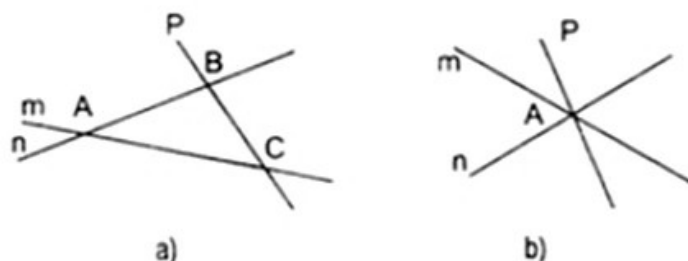
Ví dụ 3. Vẽ ba đường thẳng m, n, p sao cho :

- 1) Đường thẳng m cắt đường thẳng n tại một điểm ;
- 2) Đường thẳng n cắt đường thẳng p tại một điểm ;
- 3) Đường thẳng m cắt đường thẳng p tại một điểm, và đặt tên các điểm đó.
- 4) Cả ba đường thẳng m, n và p cùng đi qua một điểm.

Giải

- 1) *Bước 1* : Vẽ đường thẳng m và đường thẳng n cắt nhau tại một điểm. Đặt tên điểm đó là A (H.3a).
- 2) *Bước 2* : Từ các đường thẳng m và n (vẽ ở bước 1) vẽ tiếp đường thẳng p sao cho đường thẳng p cắt cả hai đường thẳng m và n. Đặt tên cho hai điểm cắt đó là B và C (H.3a).

3) Thực hiện như bước 2 ở trên.



Hình 3

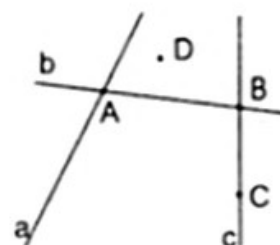
4) Thực hiện như bước 1 ở trên.

Bước 3 : Tiếp tục kẻ đường thẳng p qua A (H.3b).

Lưu ý : Từ đây về sau khi nói : Cho hai điểm, ba điểm,... hoặc cho hai đường thẳng, ba đường thẳng,... ta hiểu đây là 2, 3, ... điểm hoặc 2, 3,... đường thẳng phân biệt.

Ví dụ 4. Xem hình 4 và trả lời các câu hỏi sau bằng ngôn ngữ thông thường và bằng kí hiệu :

- 1) Điểm A thuộc những đường thẳng nào ?
Không thuộc những đường thẳng nào ?
- 2) Những đường thẳng nào đi qua điểm B ?
Những đường thẳng nào đi qua điểm C ?
- 3) Điểm D không thuộc những đường thẳng nào ?



Hình 4

Giải

1) Bằng kí hiệu: $A \in a, A \in b, A \notin c$.

Bằng ngôn ngữ thông thường: Điểm A thuộc đường thẳng a và b, không thuộc đường thẳng c.

2) Bằng kí hiệu: $B \in b, B \in c, C \in c$.

Bằng ngôn ngữ thông thường: Đường thẳng b và đường thẳng c đi qua điểm B. Đường thẳng c đi qua điểm C.

3) Bằng kí hiệu: $D \notin a, D \notin b, D \notin c$.

Bằng ngôn ngữ thông thường: Điểm D không thuộc đường thẳng a, b và c.

III. Bài tập

1. Vẽ hình theo thứ tự sau :

- a) Đường thẳng a và điểm A thuộc đường thẳng a.
- b) Đường thẳng b và điểm B thuộc đường thẳng b.
- c) Trên đường thẳng a lấy hai điểm M và N khác A.
- d) Ngoài đường thẳng b lấy hai điểm P và Q khác điểm B.

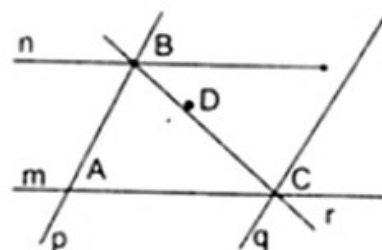
2. Vẽ hai đường thẳng a, b và ba điểm A, B, C sao cho :

- a) $A \in a, B \in b, C \in b$.
- b) $A \in a, A \in b, B \in b, C \in a$.

3. Vẽ hình theo thứ tự sau :
- Đường thẳng a và đường thẳng b cắt nhau tại một điểm.
 - Đường thẳng c cắt đường thẳng a và cắt đường thẳng b tại hai điểm phân biệt.
 - Đường thẳng d cắt cả ba đường thẳng a, b, c tại ba điểm phân biệt.
 - Trên hình vừa vẽ có tất cả bao nhiêu điểm phân biệt ?
Đặt tên cho các điểm đó.

4. Xem hình 5 và trả lời các câu hỏi sau :

- Điểm A thuộc những đường thẳng nào ?
Điểm B thuộc những đường thẳng nào ?
(Trả lời bằng ngôn ngữ thông thường và bằng kí hiệu)



Hình 5

- Những đường thẳng nào đi qua điểm B ?
Những đường thẳng nào đi qua điểm C ?
- Điểm D thuộc những đường thẳng nào và không thuộc những đường thẳng nào ? (Ghi bằng kí hiệu)

Chủ đề 2

ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH MỘT ĐƯỜNG THẲNG. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

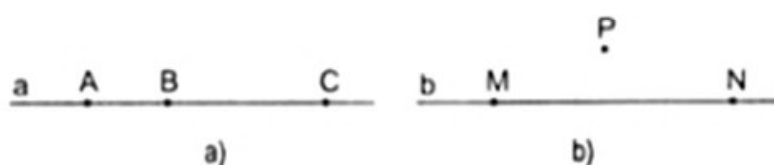
- Với hai điểm phân biệt A và B đã cho, có một và chỉ một đường thẳng đi qua điểm A và điểm B .
- Nếu ba điểm A, B, C cùng thuộc một đường thẳng, ta nói ba điểm A, B, C thẳng hàng. Khi đó sẽ có một trong ba điểm A, B, C nằm giữa hai điểm còn lại.
– Nếu ba điểm A, B, C không cùng thuộc một đường thẳng, ta nói ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
- Trong một mặt phẳng, hai đường thẳng không trùng nhau gọi là hai đường thẳng phân biệt. Hai đường thẳng ấy có thể :
 - Có một điểm chung duy nhất, được gọi là cắt nhau.
 - Hoặc không có điểm chung nào, được gọi là song song.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

Dạng 1 BA ĐIỂM THẲNG HÀNG

I. Phương pháp giải

- Để nhận biết ba điểm có thẳng hàng không, ta kẻ đường thẳng đi qua hai điểm (trong số ba điểm đã cho) và xét xem điểm thứ ba (điểm còn lại) có thuộc đường thẳng vừa kẻ không (xem hình 6a và 6b), nếu nó thuộc đường thẳng vừa kẻ thì ba điểm đó là ba điểm thẳng hàng ; ngược lại, chúng là ba điểm không thẳng hàng.



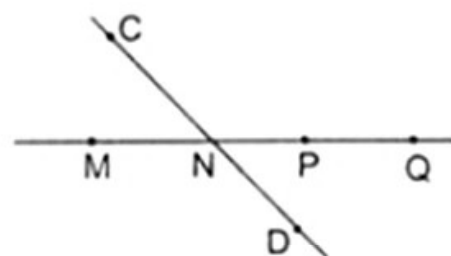
Hình 6

- Để nhận biết điểm B có nằm giữa hai điểm A và C không (một điểm nằm giữa hai điểm còn lại), ta vẽ đường thẳng AC và xét xem B có thuộc đường thẳng AC không ; nếu có thì bằng trực giác để chỉ ra một điểm nằm giữa hai điểm còn lại.

II. Ví dụ

Ví dụ 1. Trong hình 7 hãy kể tên :

- Các bộ ba điểm thẳng hàng ;
- Điểm nằm giữa hai điểm kia.



Hình 7

- Giải**
- Các bộ ba điểm thẳng hàng là : (C, N, D); (M, N, P); (M, N, Q); (M, P, Q); (N, P, Q).
 - Điểm N nằm giữa hai điểm C và D ; điểm N nằm giữa hai điểm M và P ; điểm N nằm giữa hai điểm M và Q ; điểm P nằm giữa hai điểm M và Q ; điểm P nằm giữa hai điểm N và Q.

Ví dụ 2. Biết ba điểm A, B, C thẳng hàng.

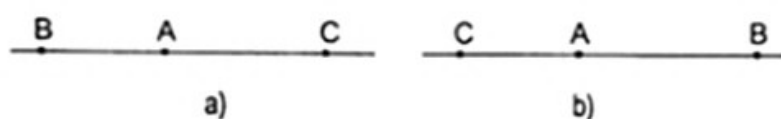
- Có mấy cách vẽ thứ tự ba điểm đó ?
- Trong mỗi cách vẽ cho biết điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?

Giải

Ta chọn vị trí cho từng điểm nằm giữa để suy ra vị trí hai điểm còn lại.

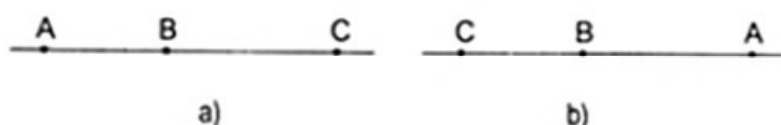
1) Có ba điểm nên tương ứng có ba cách chọn điểm nằm giữa, và từ đó suy ra có sáu cách vẽ hình :

– Chọn điểm A nằm giữa, ta có hình 8a và 8b.



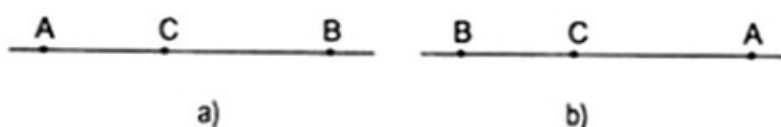
Hình 8

– Chọn điểm B nằm giữa, ta có hình 9a và 9b.



Hình 9

– Chọn điểm C nằm giữa, ta có hình 10a và 10b.



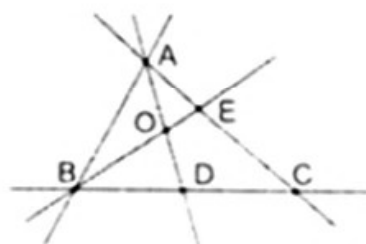
Hình 10

2) Trong các cách vẽ trên, ta có :

- Điểm A nằm giữa hai điểm B và C (H.8a, 8b).
- Điểm B nằm giữa hai điểm A và C (H.9a, 9b).
- Điểm C nằm giữa hai điểm A và B (H.10a, 10b).

Ví dụ 3. Xem hình 11 rồi chỉ rõ :

- 1) Các cặp ba điểm thẳng hàng.
- 2) – Điểm O nằm giữa hai điểm nào ?
– Điểm E nằm giữa hai điểm nào ?
– Điểm D nằm giữa hai điểm nào ?



Hình 11

Giải

Để tránh nhầm lẫn, ta chọn thứ tự từng điểm.

1) – Chọn điểm A :

Ta có ba điểm A, E, C thẳng hàng và A, O, D thẳng hàng.

– Chọn điểm B :

Ta có ba điểm B, O, E thẳng hàng và B, D, C thẳng hàng.

- Nếu tiếp tục chọn các điểm C, D, E ta có các kết quả là các cặp ba điểm thẳng hàng trùng với các cặp kể trên.

Vậy, trong hình vẽ có tất cả 4 cặp ba điểm thẳng hàng.

2) Từ kết quả trên suy ra :

- Điểm O nằm giữa hai điểm A và D ; O nằm giữa hai điểm B và E.
- Điểm E nằm giữa hai điểm A và C.
- Điểm D nằm giữa hai điểm B và C.

III. Bài tập

5. Cho năm điểm theo thứ tự là M, N, P, Q, S cùng nằm trên một đường thẳng.
- Điểm P nằm giữa hai điểm nào ?
 - Điểm N nằm giữa hai điểm nào ?
 - Điểm Q nằm giữa hai điểm nào ?
 - Điểm Q không nằm giữa hai điểm nào ?
6. a) Vẽ hình theo thứ tự sau : Điểm A nằm giữa hai điểm B và C, rồi vẽ tiếp điểm D để điểm B nằm giữa hai điểm A và D.
b) Theo cách vẽ trên thì điểm B còn nằm giữa hai điểm nào ?
c) Có nhận xét gì về bốn điểm A, B, C, D ?
7. Vẽ hình theo thứ tự : Điểm P nằm giữa hai điểm M và N ; điểm P nằm giữa hai điểm X và Y ; ba điểm M, P và X không thẳng hàng.
8. Vẽ bốn điểm phân biệt A, B, C, D sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng và ba điểm B, C, D thẳng hàng. Có nhận xét gì về bốn điểm đó ?
9. Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng. Điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại nếu M không nằm giữa hai điểm N và P, N không nằm giữa hai điểm M và P.
10. Có 10 cây, hãy trồng thành 5 hàng sao cho mỗi hàng có 4 cây.
11. Có 9 cây, hãy trồng thành 8 hàng sao cho mỗi hàng có 3 cây.

Dạng 2

ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA HAI ĐIỂM

I. Phương pháp giải

- Làm quen việc sử dụng thước thẳng để kẻ đường thẳng qua hai điểm cho trước. Chú ý, nét càng thanh càng chính xác và hiểu có thể kéo dài vô tận về hai đầu của đường thẳng.

2. Nếu hai đường thẳng a và b cắt nhau tại N thì ta có $N \in a$ và $N \in b$. Ngược lại, nếu có điểm $M \in c$ và $M \in d$ thì ta có M là điểm chung của hai đường thẳng c và d .

Từ đó suy ra, muốn chứng tỏ hai đường thẳng trùng nhau, ta chỉ ra chúng có hai điểm chung.

3. Nếu có $M \in a$, $M \in b$ và $N \in a$, $N \in b$ thì ta có hai đường thẳng a và b trùng nhau.

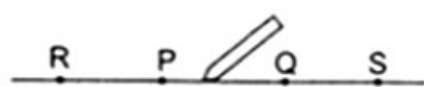
II. Ví dụ

Ví dụ 1

- 1) Vẽ đường thẳng qua hai điểm phân biệt P và Q cho trước.
- 2) Trên đường thẳng đó lấy điểm R sao cho P nằm giữa hai điểm R và Q .
- 3) Trên đường thẳng đó lấy điểm S sao cho Q nằm giữa hai điểm P và S .
- 4) Vậy, điểm Q nằm giữa hai điểm nào ?

Giải

- 1) Đặt cạnh thước đi qua hai điểm P và Q , sau đó dùng đầu bút chì vạch theo cạnh thước (H.12).



Hình 12

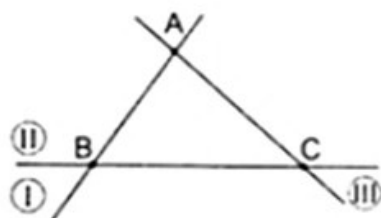
- 2) Điểm R trên hình 12 thoả mãn điều kiện điểm P nằm giữa hai điểm R và Q .
- 3) Điểm S trên hình 12 thoả mãn điều kiện điểm Q nằm giữa hai điểm P và S .
- 4) Điểm Q nằm giữa hai điểm P và S , điểm Q còn nằm giữa hai điểm R và S .

Ví dụ 2. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm đó. Có bao nhiêu đường thẳng và đó là những đường thẳng nào ?

Giải

- Qua A và B kẻ đường thẳng thứ I.
- Qua B và C kẻ đường thẳng thứ II.
- Qua A và C kẻ đường thẳng thứ III.

Vậy, kẻ được ba đường thẳng là các đường AB, BC, AC (H.13).



Hình 13

Ví dụ 3. Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng và điểm Q thẳng hàng với hai điểm N và P. Đường thẳng MP và đường thẳng NQ có là hai đường thẳng phân biệt không? Tại sao?

Giải

– Theo đầu bài, ba điểm M, N, P thẳng hàng nên ta có :

$$N \in MP \text{ và } P \in MP. \quad (1)$$

– Theo đầu bài, ba điểm Q, N, P thẳng hàng nên ta có :

$$N \in QP \text{ và } P \in QP. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $N \in MP$; $N \in QP$; $P \in MP$ và $P \in QP$.

Vậy, hai đường thẳng MP và QP có hai điểm chung là điểm N và P, nên hai đường thẳng đó trùng nhau.

Ví dụ 4. Vẽ ba đường thẳng phân biệt sao cho số giao điểm của hai hoặc ba đường thẳng đó lần lượt là : 0, 1, 2 và 3.

Giải

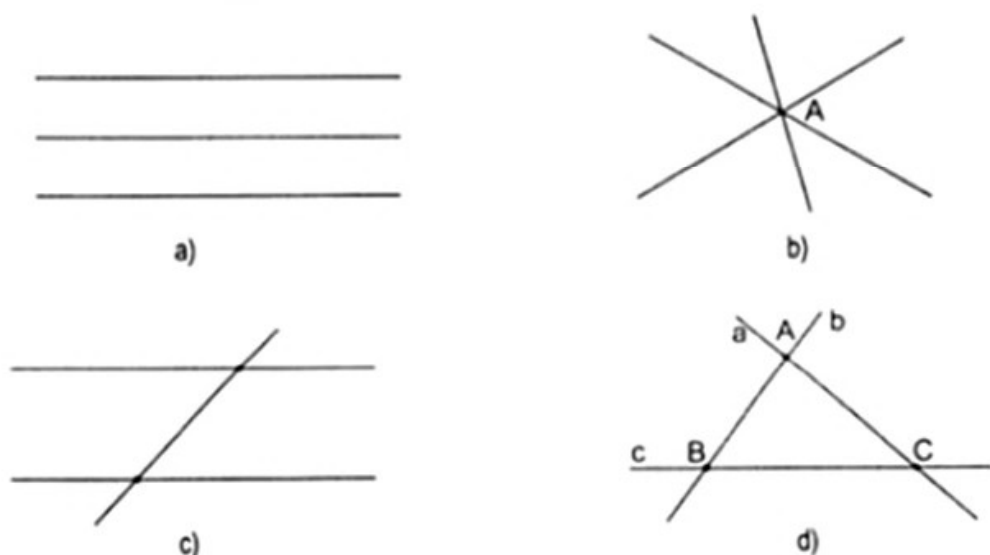
– Ba đường thẳng phân biệt không có giao điểm (tức là chúng không cắt nhau). Đó là ba đường thẳng song song với nhau (H.14a).

– Ba đường thẳng phân biệt có một giao điểm (tức là có một điểm chung). Vậy, ba đường thẳng đó cắt nhau tại một điểm ; đó là ba đường thẳng đồng quy.

Cách vẽ :

+ Vẽ hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm (chẳng hạn điểm A).

+ Vẽ đường thẳng thứ ba qua A (H.14b).



Hình 14

- Ba đường thẳng phân biệt có hai giao điểm : Ta biết, hai đường thẳng phân biệt chỉ có nhiều nhất một điểm chung. Từ đó suy ra một trong ba đường thẳng đó cắt hai đường thẳng còn lại tại hai điểm, còn hai đường còn lại đó song song (không có điểm chung).

Cách vẽ :

+ Vẽ hai đường thẳng song song.

+ Vẽ đường thẳng thứ ba cắt hai đường thẳng trên (H.14c).

- Ba đường thẳng phân biệt có ba giao điểm : Ta biết, cứ hai đường thẳng phân biệt cắt nhau nhiều nhất tại một điểm. Mà có ba đường thẳng a, b, c nên có thể ghép thành ba cặp (mỗi cặp có hai trong số ba đường thẳng) đó là các cặp : (a, b), (b, c) và (a, c) ; mỗi cặp cắt nhau tại một điểm. Vậy, có ba cặp có ba giao điểm.

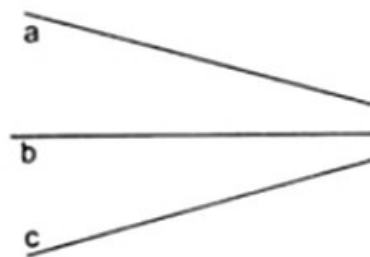
Cách vẽ :

+ Vẽ đường thẳng a và b cắt nhau tại một điểm (điểm A).

+ Vẽ đường thẳng c sao cho c cắt a tại một điểm (điểm C) và c cắt b tại một điểm (điểm B) (H.14d).

Đố vui

- 1) Gấp một tờ giấy (vuốt nếp gấp) rồi trải tờ giấy lên mặt bàn. Hãy quan sát nếp gấp xem nếp gấp có phải là hình ảnh một đường thẳng không ?
- 2) Có ba đường thẳng a, b, c (H.15). Để kiểm tra xem ba đường thẳng đó có đồng quy không, hãy dùng thước thẳng và bút chì để kiểm tra, nêu cách tiến hành.



Hình 15

III. Bài tập

12. Vẽ hình theo cách diễn đạt sau :

a) Hai đường thẳng a và b cắt nhau tại điểm A.

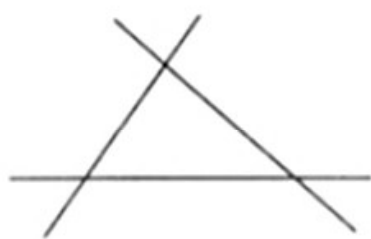
b) Hai đường thẳng m và n cắt nhau tại điểm M. Đường thẳng p cắt đường thẳng m tại điểm B và cắt đường thẳng n tại điểm C.

c) Hai đường thẳng a và b cắt nhau tại O. Đường thẳng c cắt đường thẳng a tại điểm A và cắt đường thẳng b tại điểm B. Đường thẳng d cắt cả ba đường thẳng a, b, c theo thứ tự tại các điểm là M, N, P. Vậy, trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu điểm? Chỉ rõ điểm nào nằm giữa hai điểm khác.

13. a) Vẽ bốn điểm phân biệt M, N, P và Q, trong đó ba điểm N, P và Q thẳng hàng.

b) Vẽ tất cả các đường thẳng đi qua hai trong số bốn điểm trên và kể tên các đường thẳng vẽ được.

14. Xem các hình vẽ sau (H.16):



a)



b)



c)

Hình 16

a) Trong các hình 16a, 16b, 16c, mỗi hình có mấy điểm? Hãy đặt tên cho các điểm đó.

b) Trong các hình 16a, 16b, 16c, mỗi hình có mấy đường thẳng? Là những đường thẳng nào?

15. Lấy bốn điểm A, B, C, D, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Hãy kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm đó. Hỏi có thể kẻ được bao nhiêu đường thẳng tất cả? Đó là những đường thẳng nào?

16. Lấy năm điểm M, N, P, Q, R, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm đó. Có bao nhiêu đường thẳng tất cả? Đó là những đường thẳng nào?

17. Vẽ bốn đường thẳng đôi một cắt nhau. Số giao điểm (của hai đường thẳng hay nhiều đường thẳng) có thể là bao nhiêu?

Thực hành
DÓNG ĐƯỜNG THẲNG – TRỒNG CÂY THẲNG HÀNG

I. Kiến thức cần nhớ

1. Ba điểm A, B, C thuộc cùng một đường thẳng, ta nói ba điểm A, B, C *thẳng hàng*.
2. Ngược lại, cho trước hai điểm A và B, muốn tìm điểm C (điểm thứ ba) thẳng hàng với hai điểm A và B cho trước, ta kẻ đường thẳng đi qua A và B. Trên đường thẳng đó lấy điểm C ($C \neq A, C \neq B$), ta được ba điểm A, B và C thẳng hàng.
3. Cứ tiếp tục như trên, ta có thể tìm được 4, 5, 6,... điểm thẳng hàng (theo yêu cầu).

II. Chuẩn bị

1. Một số cọc tiêu (3, 4, 5,... tùy độ dài yêu cầu) là những cọc bằng tre hoặc gỗ thẳng, cao bằng đầu người, một đầu nhọn, thân cọc được sơn màu để dễ nhìn thấy cọc từ xa.
2. Một dây dọi (một sợi dây và quả dọi).

III. Cách tiến hành

Bước 1 : Cắm hai cọc cố định trên mặt phẳng tại hai vị trí cố định theo yêu cầu (vị trí A và B), dùng dây dọi kiểm tra xem cọc đã thẳng đứng chưa.

Bước 2 : Một em đứng ở vị trí A (em thứ nhất). Em thứ hai cầm chiếc cọc thứ ba đứng ở vị trí khác (điểm C).

Bước 3 : Em thứ nhất để mắt ngắm ở điểm đầu của cọc A ra hiệu cho em thứ hai dịch chuyển cọc C cho đến khi cọc tiêu A che lấp hai cọc tiêu B và C. Khi đó ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Cứ thế, nếu hàng cây (hoặc con đường) dài thì tiếp tục dùng cọc B và C làm tiêu để cắm cọc thứ tư (cọc D) theo trình tự trên cho đến khi hết.

IV. Ví dụ

Ví dụ 1. Trong giờ thực hành nhóm I đã đóng ba cọc tiêu A, B, C thẳng hàng. Nhóm II tiếp tục sử dụng cọc B và C để đóng cọc thứ tư (cọc D) và được ba cọc B, C, D thẳng hàng. Vậy bốn cọc A, B, C, D có thẳng hàng không? Vì sao?

Giải

Vì :

- Các điểm A, B, C thẳng hàng, nên ta có đường thẳng thứ nhất qua ba điểm A, B và C.
- Các điểm B, C, D thẳng hàng, nên ta có đường thẳng thứ hai qua ba điểm B, C và D.
- Đường thẳng thứ nhất và đường thẳng thứ hai có hai điểm chung là B và C, nên chúng trùng nhau. Vậy, bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

Ví dụ 2. Trong vườn đã có hai cây trồng trước, cần trồng cây thứ ba nằm giữa và thẳng hàng với hai cây đã trồng mà trong vườn chỉ có một chiếc cọc tre. Hãy nêu cách tìm vị trí trồng cây thứ ba.

Giải

- Em thứ nhất đứng ở vị trí cây I để ngắm.
- Em thứ hai dùng cọc tre đứng ở giữa hai cây để dịch chuyển cho đến khi thân cọc và thân cây trùng nhau, thì cọc đã thẳng hàng với hai cây đã trồng.

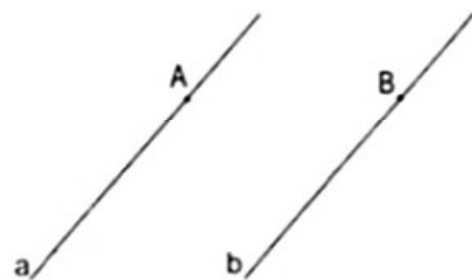
V. Bài tập

18. Trong giờ thực hành :

- Nhóm I đã đóng ba cọc A, B, C thẳng hàng.
- Nhóm II tiếp tục sử dụng cọc A, B để đóng được cọc thứ tư (cọc D) và được ba cọc A, B, D thẳng hàng.
- Nhóm III tiếp tục sử dụng cọc C và D để đóng cọc thứ năm và sáu (cọc E, F), được bốn cọc C, D, E, F thẳng hàng.

Hỏi sáu cọc A, B, C, D, E, F có thẳng hàng không ? Tại sao ?

19. Hãy nói cách đóng một con đường đi qua vị trí A có sẵn trên con đường thứ nhất và vị trí B có sẵn trên con đường thứ hai để có hai ngã tư (vị trí A và B cách xa nhau, thước thẳng không đặt qua A và B được) (H.17).



Hình 17

20. Có 9 cây muốn trồng trong vườn thành 8 hàng, mỗi hàng có 3 cây. Hãy nêu cách trồng.

Chủ đề 3

TIA – ĐOẠN THẲNG

Tia và đoạn thẳng là một phần của đường thẳng, nên các kiến thức về đường thẳng đã được học ở trên được sử dụng cho tia và đoạn thẳng.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Trong hình 18 ta chú ý, Oy là một phần của đường thẳng xy bị chia bởi điểm O . Oy được gọi là *một tia có gốc là O* (còn gọi là *nửa đường thẳng gốc O*).



Hình 18

2. Trong hình 18 :

- Hai tia Ox và Oy tạo thành đường thẳng xy .
- Hai tia Ox và Oy có chung gốc O , hai tia đó được gọi là *hai tia đối nhau*.
- Hai tia Ay và AO được gọi là *hai tia trùng nhau*.

3. Đoạn thẳng AB là một hình gồm điểm A , điểm B và tất cả các điểm nằm giữa hai điểm A và B (H.19).



Hình 19

4. Mỗi đoạn thẳng có một số đo độ dài duy nhất và là một số dương.
5. So sánh hai đoạn thẳng phân biệt :
- Ta nói đoạn thẳng AB lớn hơn đoạn thẳng CD được hiểu là độ dài đoạn thẳng AB lớn hơn độ dài đoạn thẳng CD và kí hiệu là $AB > CD$.
 - Ta nói đoạn thẳng AB bằng đoạn thẳng CD được hiểu là độ dài đoạn thẳng AB bằng độ dài đoạn thẳng CD và kí hiệu là $AB = CD$.
 - Ta nói đoạn thẳng AB nhỏ hơn đoạn thẳng CD được hiểu là độ dài đoạn thẳng AB nhỏ hơn độ dài đoạn thẳng CD và kí hiệu là $AB < CD$.
6. Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A và B , thì suy ra $AM + MB = AB$. Ngược lại, nếu có điểm M nằm trên đoạn AB và có $AM + MB = AB$, thì M nằm giữa hai điểm A và B .
7. Trường hợp đặc biệt : Nếu M nằm giữa hai điểm A và B , đồng thời M cách đều hai điểm A và B ($MA = MB$), thì điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB .

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

Dạng 1

KHÁI NIỆM VỀ TIA – CÁCH VẼ TIA

I. Phương pháp giải

1. Cách vẽ một tia :

- Kẻ một đường thẳng ;
- Trên đường thẳng lấy một điểm bất kì gọi là điểm gốc.

2. Cách đọc (hay viết) một tia :

Đọc (hay viết) tên gốc trước rồi đến điểm thứ hai.

3. Muốn chỉ ra hai tia đối nhau, ta phải chứng tỏ hai tia đó nằm trên cùng một đường thẳng, có chung gốc và hai điểm còn lại ở hai phía đối nhau của điểm gốc.

4. Muốn chỉ ra hai tia trùng nhau, ta phải chứng tỏ hai tia đó nằm trên cùng một đường thẳng, có chung gốc và hai điểm còn lại của hai tia ở cùng một phía của điểm gốc.

II. Ví dụ

Ví dụ 1. Trong các câu sau, hãy cho biết câu nào đúng, câu nào sai. Vì sao ?

- 1) Hai tia Ox và Oy chung gốc thì đối nhau.
- 2) Hai tia Ox và Ay nằm trên cùng một đường thẳng thì đối nhau.
- 3) Hai tia Ox và Oy nằm trên đường thẳng xy và chung gốc O được gọi là hai tia đối nhau.

Giải

Hai tia được gọi là hai tia đối nhau phải thoả mãn :

- (1) Hai tia đó tạo thành một đường thẳng ;
- (2) Có chung gốc thuộc đường thẳng đó.

Vậy :

Câu 1) sai, vì chỉ thoả mãn điều kiện (2) (chung gốc) ;

Câu 2) sai, vì chỉ thoả mãn điều kiện (1) (không chung gốc) ;

Câu 3) đúng, vì thoả mãn cả hai điều kiện trên.

Ví dụ 2. Vẽ đường thẳng xy , lấy điểm O trên đường thẳng xy , lấy điểm A thuộc tia Ox và điểm B thuộc tia Oy .

- 1) Viết tên hai tia đối nhau, góc O .
- 2) Trong ba điểm A, B, O , điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại.
- 3) Viết tên tất cả các tia của hình vừa vẽ.

Giải (H.20)

- 1) Các cặp tia đối nhau là : Ox và Oy ; Ox và OB ; OA và Oy ; OA và OB .
- 2) Vì $A \in Ox$ và $B \in Oy$, mà Ox và Oy là hai tia đối nhau. Vậy, A và B là hai điểm đối nhau qua điểm O . Do đó, O nằm giữa hai điểm A và B .
- 3) Trên đường thẳng xy có ba điểm A, O, B , để tránh nhầm lẫn ta chọn từng điểm làm gốc.



Hình 20

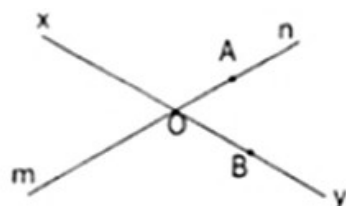
- Chọn điểm A làm gốc có các tia : Ax, Ay, AO, AB , trong đó các tia AO, AB, Ay trùng nhau.
- Chọn điểm O làm gốc có các tia : Ox, Oy, OA, OB , trong đó các cặp tia Ox, OA và Oy, OB trùng nhau.
- Chọn điểm B làm gốc có các tia : Bx, By, BA, BO , trong đó các tia Bx, BA, BO trùng nhau.

Ví dụ 3. Vẽ hai đường thẳng xy và mn cắt nhau tại O .

- 1) Kể tên các tia đối nhau.
- 2) Trên tia On lấy điểm A , trên tia Oy lấy điểm B . Kể tên các tia trùng nhau.
- 3) Biết điểm O nằm giữa hai điểm B và C . Tìm vị trí các điểm C trên hình vẽ (H.21).

Giải

- 1) Các tia đối nhau là :
 - Tia Ox là tia đối của tia Oy ;
 - Tia Om là tia đối của tia On .
- 2) Các tia trùng nhau là :
 - Tia OA trùng tia On ;
 - Tia OB trùng tia Oy .



Hình 21

- 3) Muốn có điểm O nằm giữa hai điểm B và C , thì ba điểm O, B và C phải thẳng hàng. Mà :

- O và B nằm trên đường thẳng xy, vậy C phải nằm trên đường thẳng xy.
- O nằm giữa B và C, nên C phải thuộc tia đối của tia OB. Vậy C phải nằm trên tia Ox.

Từ đó suy ra cách tìm điểm C là điểm bất kì trên tia Ox (H.21).

III. Bài tập

21. Hãy vẽ hai tia OM và ON có chung gốc O.
- a) Có mấy cách vẽ ? Hãy vẽ từng trường hợp.
 - b) Mỗi cách vẽ đó thì vị trí của tia OM đối với tia ON thế nào ? Tại sao ?
22. Trả lời các câu hỏi sau :
- a) Điểm O nằm trên đường thẳng xy. Hình đó có mấy tia, là những tia nào ? Quan hệ giữa chúng.
 - b) Trên đường thẳng xy đó lấy hai điểm A và B (khác O). Tìm vị trí của A và B để có hai tia OA và OB là hai tia đối nhau, OA và OB là hai tia trùng nhau.
23. Cho hai tia Ox và Oy đối nhau. Điểm E thuộc tia Ox. Điểm F và P thuộc tia Oy (F nằm giữa O và P).
- a) Kể tên các tia đối của tia Ex.
 - b) Kể tên các tia đối của tia Fy.
 - c) Kể tên các tia trùng với tia Oy.
 - d) Kể tên các tia trùng với tia Ox.
24. Cho bốn điểm M, N, P và O thoả mãn điều kiện : Hai tia OM và ON là hai tia đối nhau, hai tia OM và OP là hai tia đối nhau.
- a) Có nhận xét gì về bốn điểm M, N, P, O ? Tại sao ?
 - b) Điểm O nằm giữa hai điểm nào ?
25. Kẻ hai đường thẳng xy và x'y' cắt nhau tại O.
- a) Kể tên các tia đối nhau trong hình vẽ.
 - b) Trên tia Ox lấy điểm M, trên tia Ox' lấy điểm E (E và M khác O). Hãy tìm vị trí điểm N để có hai tia OM và ON là hai tia đối nhau. Hãy tìm vị trí điểm F để có hai tia OE và OF là hai tia trùng nhau.
26. Cho ba điểm phân biệt O, M, N không thẳng hàng.
- a) Vẽ các tia OM, ON, MN.

- b) Vẽ các tia Ox cắt đường thẳng MN tại E, sao cho điểm E nằm giữa hai điểm M và N.
- c) Vẽ tia Oy cắt đường thẳng MN tại F, sao cho điểm M nằm giữa hai điểm F và N.

Dạng 2

ĐOẠN THẲNG – ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG – VẼ ĐOẠN THẲNG KHI NÀO $AM + MB = AB$?

I. Phương pháp giải

1. Cách đo một đoạn thẳng trên trang giấy :

Bước 1 : Dùng thước đặt điểm đầu của đoạn thẳng trùng với vạch số "0" của thước, cạnh của thước trùng với đoạn thẳng.

Bước 2 : Xem điểm đầu thứ hai của đoạn thẳng trùng với vị trí nào của thước, ta có số đo của đoạn thẳng đó.

2. Cách vẽ một đoạn thẳng trên trang giấy :

Cách vẽ như vẽ một đường thẳng hoặc một tia. Nhưng đường thẳng thì có độ dài vô tận về hai đầu ; tia cũng có độ dài vô tận, nhưng bị giới hạn một đầu bởi điểm gốc ; còn đoạn thẳng có độ dài xác định và được giới hạn bởi hai điểm.

Từ cơ sở đó, ta suy ra cách vẽ đoạn thẳng khi biết độ dài. Chẳng hạn, vẽ đoạn $AB = 3\text{cm}$.

Bước 1 : Kẻ đường thẳng, trên đường thẳng lấy một điểm tùy ý (điểm A) làm điểm đầu.

Bước 2 : Đặt cạnh thước trùng với đường thẳng và vạch số "0" trùng với điểm A. Vạch chỉ 3cm của thước cho ta điểm thứ hai (điểm B).

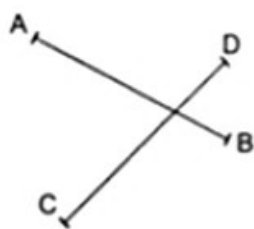
3. Khi thực hiện các phép tính tổng, hiệu của hai hay nhiều đoạn thẳng, ta thực hiện như phép tính số học, nhưng phải chú ý độ dài các đoạn thẳng đó phải có cùng đơn vị số đo.

4. Nếu đầu bài yêu cầu vẽ hai đường thẳng phân biệt, thì cần chú ý chúng sẽ xảy ra các trường hợp sau :

a) Chúng cắt nhau (có một điểm chung) (H.22).

b) Chúng không cắt nhau (không có điểm chung) (H.23, 24).

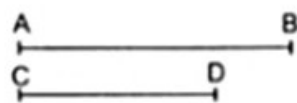
c) Chúng trùng nhau (có vô số điểm chung) (H.25).



Hình 22



Hình 23



Hình 24



Hình 25

II. Ví dụ

Ví dụ 1. Cho đoạn thẳng MN có độ dài 6cm. Trên đoạn thẳng MN lấy điểm P sao cho $MP = 3,5\text{cm}$. Tính độ dài đoạn PN (H.26).



Hình 26

Giải

Vì P nằm giữa hai điểm M và N nên ta có :

$$MP + PN = MN.$$

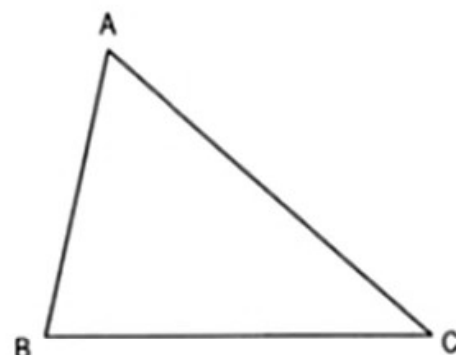
Thay số ta có : $3,5 + PN = 6$.

Vậy, $PN = 6 - 3,5 = 2,5 \Rightarrow PN = 2,5 \text{ (cm)}$.

Ví dụ 2

- Dùng thước thẳng đo độ dài các đoạn thẳng AB, AC, BC rồi sắp xếp kết quả số đo theo thứ tự giảm dần.
- Dựa theo kết quả số đo đó để so sánh :
 $AB + AC$ với BC ; $BC + AB$ với AC ;
 $BC + AC$ với AB ; $AC - AB$ với BC .

Giải (H.27)



Hình 27

- Dùng thước thẳng đo các đoạn AC, BC, AB, ta được :

$$AC = 4,5\text{cm} ; BC = 4\text{cm} ; AB = 3\text{cm}.$$

Vậy, $AC > BC > AB$.

- $AB + AC = 3 + 4,5 = 7,5 \text{ (cm)}$, vậy $AB + AC > BC$ ($BC = 4\text{cm}$).
 $BC + AB = 4 + 3 = 7 \text{ (cm)}$, vậy $BC + AB > AC$ ($AC = 4,5\text{cm}$).

$BC + AC = 4 + 4,5 = 8,5$ (cm), vậy $BC + AC > AB$ ($AB = 3$ cm).

$AC - AB = 4,5 - 3 = 1,5$ (cm), vậy $AC - AB < BC$ ($BC = 4$ cm).

Ví dụ 3. Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng. Biết $MP = 6$ cm, $NP = 3$ cm, $MN = 9$ cm. Hỏi điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?

Giải

– Nếu điểm M nằm giữa hai điểm N và P thì ta có :

$$MN + MP = NP.$$

Thay số ta có : $9 + 6 = 3 \Rightarrow$ vô lí.

\Rightarrow Nếu điểm N nằm giữa hai điểm M và P thì ta có :

$$MN + NP = MP.$$

Thay số ta có : $9 + 3 = 6 \Rightarrow$ vô lí.

– Nếu điểm P nằm giữa hai điểm M và N thì ta có :

$$MP + PN = MN.$$

Thay số ta có : $6 + 3 = 9 \Rightarrow$ kết quả đúng.

Vậy, điểm P nằm giữa hai điểm M và N.

Ví dụ 4. Trên đường thẳng a lấy ba điểm A, B, C, sao cho $AB = 5$ cm, $BC = 2$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng AC.

Giải

Bước 1 : Ta đặt đoạn $AB = 5$ cm.

Bước 2 : Đặt tiếp điểm C sao cho $BC = 2$ cm, khi đó sẽ xảy ra hai trường hợp :

– Trường hợp 1 (H.28) : Điểm C nằm trên tia đối của tia BA, khi đó tia BA và tia BC là hai tia đối nhau, nên điểm B nằm giữa hai điểm A và C.

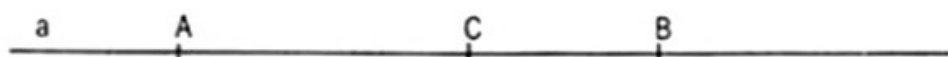


Hình 28

Ta có : $AB + BC = AC.$

Thay số ta có : $AC = 5 + 2 = 7$ (cm).

– Trường hợp 2 (H.29) : Tia BC trùng với tia BA, mà $BA > BC$ ($5\text{cm} > 2\text{cm}$), nên C nằm giữa hai điểm B và A.



Hình 29

Ta có : $AB = AC + CB.$

Thay số ta có : $5 = AC + 2 \Rightarrow AC = 3 \text{ (cm)}.$

III. Bài tập

27. Trên tia Ox lấy ba điểm E, F, P. Biết $OE = 2\text{cm}$, $OF = 3\text{cm}$, $OP = 5\text{cm}$. Tính độ dài của các đoạn thẳng EF, FP và cho biết điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại. Vì sao ?
28. a) Cho đoạn thẳng $MN = 5\text{cm}$ và đường thẳng xy. Có thể vẽ được bao nhiêu trường hợp ? Vẽ từng trường hợp.
 b) Cho đoạn thẳng $AB = 5\text{cm}$ và tia Oy. Có bao nhiêu cách vẽ ? Vẽ từng trường hợp.
 c) Cho hai đoạn thẳng $AB = 3\text{cm}$, $MN = 4\text{cm}$. Có bao nhiêu cách vẽ ? Vẽ từng trường hợp.
29. Hãy vẽ đoạn thẳng $MN = 5\text{cm}$. Lấy điểm I thuộc đoạn thẳng MN.
 a) Biết $MI = 4\text{cm}$, tính độ dài đoạn thẳng IN.
 b) Kẻ đoạn thẳng thứ hai qua I. Biết độ dài đoạn thẳng thứ hai đó là $AB = 3\text{cm}$ và $IB = IN$. Tính độ dài đoạn thẳng IA.
30. a) Đoạn thẳng $MN = 5\text{cm}$. Lấy điểm P nằm giữa hai điểm M và N sao cho $PN = 3\text{cm}$. Tính độ dài đoạn MP.
 b) Trên tia đối của tia PM lấy điểm E sao cho $PE = 1\text{cm}$. So sánh MP và EN.
31. Gọi A và B là hai điểm trên tia Ox, sao cho $OA = 7\text{cm}$ và $AB = 3\text{cm}$.
 a) Khi vẽ hình có bao nhiêu trường hợp xảy ra ? Vẽ từng trường hợp.
 b) Mỗi trường hợp đó thì điểm nào ở giữa hai điểm còn lại ? Tính độ dài đoạn thẳng OB trong từng trường hợp.
32. Cho đoạn thẳng $AB = 4\text{cm}$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm E sao cho $BE = 7\text{cm}$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm F sao cho $AF = 7\text{cm}$. Hãy chứng tỏ rằng đoạn $AE = BF$.
33. Trên cùng một đường thẳng lấy bốn điểm M, N, E, F. Biết rằng :
 – Điểm E nằm giữa hai điểm M và N ;

– Điểm F nằm giữa hai điểm M và E.

Hãy chứng tỏ rằng : $MN = MF + EF + EN$.

34. Khoảng cách giữa hai tỉnh M và P là 650km. Tỉnh T nằm giữa hai tỉnh M và P. T cách M là 170km. Tính khoảng cách giữa tỉnh T và P, biết rằng ba tỉnh nằm trên một đường thẳng.

Dạng 3

TÌM TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG

I. Phương pháp giải

Cho một đoạn thẳng, yêu cầu tìm trung điểm của đoạn thẳng đó (có thể cho biết số đo hoặc không biết số đo của đoạn thẳng đó).

1. Trường hợp biết số đo của đoạn thẳng đó : Chẳng hạn, cho đoạn $AB = 6m$, tìm điểm M là trung điểm của AB.

– Theo kiến thức đã học, điểm M là trung điểm của AB thì phải thỏa mãn hai điều kiện :

(1) M nằm giữa hai điểm A và B, tức là : $AB = AM + MB$;

(2) $AM = MB$.

Từ cơ sở đó ta tính được độ dài đoạn $AM = 3cm$.

– Dùng thước đặt đoạn thẳng $AM = 3cm$, trong đó điểm A đã biết (theo cách vẽ Dạng 2 – Mục I(2)).

2. Trường hợp chưa biết số đo của đoạn thẳng đó :

Cách 1 : Nếu đoạn thẳng trên trang giấy, ta gấp trang giấy sao cho điểm B trùng với điểm A. Nếp gấp cắt đoạn thẳng AB tại một điểm, đó chính là trung điểm cần tìm.

Cách 2 : Nếu trang giấy không gấp được :

– Dùng sợi dây căng thẳng sao cho sợi dây trùng với đoạn AB. Ta đánh dấu điểm A và B trên sợi dây, rồi gấp đôi sợi dây, có được độ dài đoạn AM. Từ đó đặt tiếp đoạn dây lên đoạn AB, tìm được điểm M (cách này không thật chính xác).

– Dùng thước đo đoạn thẳng AB (theo cách đo Dạng 2 – Mục I(1)), rồi tính và tiến hành theo trường hợp biết số đo ở trên (cách này thông dụng hơn và chính xác hơn).

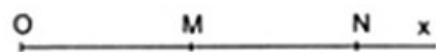
II. Ví dụ

Ví dụ 1. Trên tia Ox lấy điểm M và N sao cho $OM = 3\text{cm}$, $ON = 6\text{cm}$ (H.30).

- 1) Chứng tỏ điểm M nằm giữa hai điểm O và N .
- 2) Chứng tỏ điểm M là trung điểm của đoạn ON .

Giải

- 1) Điểm M và N cùng thuộc tia Ox , nên tia OM và tia ON trùng nhau. Mà $OM = 3\text{cm}$, $ON = 6\text{cm}$, nên $ON > OM$. Suy ra M phải nằm giữa hai điểm O và N .



Hình 30

- 2) Vì M nằm giữa hai điểm O và N , nên ta có :

$$ON = OM + MN.$$

Thay số ta có : $6 = 3 + MN \Rightarrow MN = 6 - 3 = 3 \text{ (cm)}$.

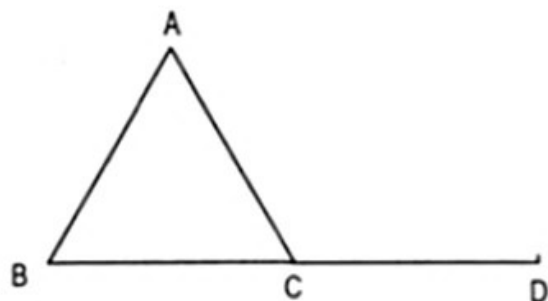
Vậy, $MN = 3\text{cm}$.

Suy ra $OM = MN = 3\text{cm}$.

Chứng tỏ M là trung điểm của đoạn ON .

Ví dụ 2. Cho biết $AB = AC = BC = CD$ (H.31). Hỏi :

- 1) Điểm C là trung điểm của đoạn thẳng nào ? Vì sao ?
- 2) Điểm C có phải là trung điểm của đoạn AD không ? Vì sao ?
- 3) Điểm A có phải là trung điểm của đoạn BC không ? Vì sao ?



Hình 31

Giải

- 1) Điểm C thoả mãn điều kiện :

- B, C, D thẳng hàng và C nằm giữa hai điểm B và D ;
- $BC = CD$ (theo đầu bài).

Vậy, C là trung điểm của đoạn thẳng BD .

- 2) Ba điểm A, C và D không thẳng hàng. Vậy C chỉ thoả mãn điều kiện (2) ($AC = CD$), không thoả mãn điều kiện (1) (C không nằm giữa hai điểm A và D).

Vậy, C không phải là trung điểm của đoạn AD .

- 3) Tương tự câu 2, ta thấy điểm A chỉ thoả mãn điều kiện 2 ($AB = AC$), không thoả mãn điều kiện 1. Vậy, điểm A không phải là trung điểm của đoạn BC.

Ví dụ 3. Hai đường thẳng xy và $x'y'$ cắt nhau tại I. Trên đường thẳng xy đặt đoạn $AB = 5\text{cm}$. Trên đường thẳng $x'y'$ đặt đoạn $CD = 6\text{cm}$, sao cho điểm I là trung điểm của hai đoạn thẳng AB và CD . Nêu cách vẽ.

Giải

Đoạn thẳng AB và CD đã biết độ dài, nên ta vẽ theo Mục 1 (I – Phương pháp) (H.32).

- I là trung điểm của đoạn thẳng AB , nên I phải nằm giữa hai điểm A và B.

$$\text{Ta có : } IA = IB = \frac{AB}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ (cm).}$$

Vậy, $IA = IB = 2,5\text{cm}$.

Dùng thước đặt điểm A và B trên đường thẳng xy sao cho A và B cách I một khoảng $2,5\text{cm}$.

- Tương tự như trên, ta có :

$$IC = ID = \frac{CD}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ (cm).}$$

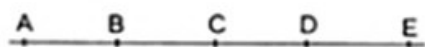
Vậy, $IC = ID = 3\text{cm}$.

Dùng thước đặt hai điểm C và D trên đường thẳng $x'y'$ sao cho C và D cách I một khoảng 3cm .

Ví dụ 4. Trong hình 33, biết độ dài các đoạn thẳng $AB = BC = CD = DE$.

Hãy chỉ ra :

- 1) Trung điểm của đoạn thẳng AC , AE , CE .
- 2) Đoạn thẳng nào có trung điểm là điểm D ?
- 3) Đoạn thẳng nào có trung điểm là điểm C ?



Hình 33

Giải

- 1) Vì $AB = BC$ và B nằm giữa hai điểm A và C, nên điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC .
 - Vì $AB = CD$, $BC = DE$, suy ra $AC = CE$ và điểm C nằm giữa hai điểm A và E. Vậy, điểm C là trung điểm của đoạn AE .

- Tương tự, vì $CD = DE$ và điểm D nằm giữa hai điểm C và E , nên D là trung điểm của đoạn thẳng CE .

2) Theo câu 1), ta có đoạn thẳng CE nhận điểm D là trung điểm.

3) Theo câu 1), ta có đoạn thẳng AE nhận điểm C là trung điểm.

Ngoài ra, có $BC = CD$ và C nằm giữa hai điểm B và D , nên đoạn thẳng BD nhận điểm C là trung điểm.

Vậy hai đoạn thẳng AE và BD cùng có trung điểm là điểm C .

III. Bài tập

35. Cho đường thẳng xy và điểm O trên đường thẳng xy . Lấy hai điểm A và B trên đường thẳng xy sao cho $OA = 6\text{cm}$, $OB = 3\text{cm}$.
- Trong ba điểm O , A , B , điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?
 - Tính độ dài đoạn thẳng AB .
 - Trường hợp nào thì điểm B là trung điểm của đoạn thẳng OA ?
36. Cho đoạn thẳng $MN = 8\text{cm}$ và điểm O nằm giữa hai điểm M và N . Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng MO , F là trung điểm của đoạn thẳng ON .
- Tính độ dài của đoạn thẳng EF .
 - Điều kiện về điểm O ở trên phải thêm điều kiện gì để điểm O là trung điểm của đoạn thẳng EF ? Tại sao ?
37. Cho điểm O trên đường thẳng xy . Trên tia Ox lấy điểm M sao cho $OM = 1\text{cm}$. Trên tia Oy lấy điểm N và điểm P sao cho $ON = 1\text{cm}$, $OP = 3\text{cm}$.
- Tìm trung điểm của đoạn thẳng MP .
 - Trên tia đối của tia My đặt đoạn $MQ = 2\text{cm}$. Tìm trung điểm của các đoạn thẳng : PQ , MN , NQ .
38. Điểm C là trung điểm của đoạn thẳng AB có độ dài 64cm . Trên tia CA lấy điểm D sao cho $CD = 15\text{cm}$.
- Hãy tìm độ dài của các đoạn thẳng BD và DA .
 - Điểm D là trung điểm của đoạn thẳng nào ?
39. Trên cùng một đường thẳng đặt đoạn $AB = 8\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$ (biết tia BA và BC là hai tia đối nhau). Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB , AC , BC .

- a) Điểm N là trung điểm của đoạn thẳng nào ? Tại sao ?
- b) Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng nào ? Tại sao ?
- c) Lấy I là trung điểm của đoạn thẳng MN thì điểm I cũng là trung điểm của đoạn thẳng nào ? Tại sao ?
40. Cho điểm O trên đường thẳng xy. Trên đường thẳng đó đặt các đoạn $OA = 2\text{cm}$, $OB = 3\text{cm}$, rồi lấy điểm E và F sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng OE ; B là trung điểm của đoạn thẳng OF. Tính độ dài của đoạn thẳng EF.
41. Cho hai tia Ox và Ox' là hai tia đối nhau. Trên tia Ox lấy hai điểm M và N sao cho $OM = 2\text{cm}$, $ON = 6\text{cm}$. Trên tia Ox' lấy điểm P sao cho $OP = 2\text{cm}$.
- a) Trong ba điểm M, N, O, điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ? Tại sao ?
- b) Tia MO trùng với tia nào ? Tia MO là tia đối của tia nào ?
- c) Chứng tỏ M là trung điểm của đoạn MP. Điểm O là trung điểm của đoạn thẳng nào ? Vì sao ?
- 42*. Cho ba điểm M, N, O ; biết độ dài của ba đoạn thẳng đó là : $MN = 5\text{cm}$, $NO = 4\text{cm}$, $MO = 3\text{cm}$.
- a) Điểm O có nằm giữa hai điểm M và N không ? Vì sao ?
- b) Ba điểm M, N, O có thẳng hàng không ? Vì sao ?
- 43*. Đoạn thẳng $AB = 36\text{cm}$ được chia thành bốn đoạn thẳng có độ dài không bằng nhau là các đoạn thẳng AM, MN, NP và PB. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng AM, MN, NP và PB. Biết độ dài của đoạn thẳng $EH = 30\text{cm}$. Tính độ dài của đoạn thẳng FG.
- 44*. Các điểm A, B, C nằm trên cùng một đường thẳng. Các điểm M và N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB và AC. Chứng tỏ rằng : $BC = 2MN$. Bài toán có mấy trường hợp, hãy chứng tỏ từng trường hợp đó.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

I. Kiến thức cần nhớ

1. Hiểu các kiến thức về : điểm, đường thẳng, tia, đoạn thẳng, trung điểm của một đoạn thẳng. Biết sử dụng thước để vẽ chúng trên trang giấy.
2. Trong ba điểm thẳng hàng có một và chỉ một điểm nằm giữa hai điểm còn lại.

3. Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A và B thì ta có $AB = AM + MB$.
4. Muốn chứng tỏ một điểm nằm giữa hai điểm còn lại, ta đã biết 4 cách :
 - Cách 1* : (Ngược lại ý 3) Nếu có ba điểm M, A, B thẳng hàng và $AM + MB = AB$, thì ta có điểm M nằm giữa hai điểm A và B.
 - Cách 2* : Nếu tia AM trùng với tia AN mà $AN < AM$, thì ta có điểm N nằm giữa hai điểm A và M.
 - Cách 3* : Nếu Ax và Ay là hai tia đối nhau, mà điểm $M \in Ax$, điểm $N \in Ay$, thì ta kết luận điểm A nằm giữa hai điểm M và N.
 - Cách 4* : Cho ba tia Ox, Oy, Oz, trong đó tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz. Đường thẳng a bất kì cắt ba tia tại ba điểm theo thứ tự là M, N, P, thì ta kết luận điểm N nằm giữa hai điểm M và P.
5. Mỗi đoạn thẳng có một độ dài duy nhất và số đo độ dài đó là một số dương.
6. Nếu có điểm M nằm giữa hai điểm A và B, và $AM = MB$, thì M là trung điểm của đoạn AB. Vậy, trong vô số điểm nằm giữa A và B thì duy nhất có một điểm nằm ở vị trí đặc biệt của đoạn AB, đó là trung điểm của đoạn đó.
7. Qua hai điểm phân biệt có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm đó.
8. Nếu điểm M nằm trên đường thẳng xy thì M là gốc chung của hai tia đối nhau, đó là tia Mx và tia My.

II. Kỹ năng cần đạt

Học sinh cần làm quen và có kỹ năng biểu diễn các hình hình học sau :

1. Biểu diễn điểm, đường thẳng trên trang giấy.
2. Biểu diễn 3, 4, 5,... điểm thẳng hàng, không thẳng hàng.
3. Biểu diễn 2, 3, 4,... đường thẳng phân biệt và chúng có thể giao nhau, trùng nhau, song song với nhau ; đường thẳng qua 1, 2 điểm cho trước.
4. Vẽ các đoạn thẳng tùy ý (hoặc có số đo đã biết). Tìm các điểm giữa, trung điểm của nó.
5. Làm thành thạo các phép tính về tia ; số đo đoạn thẳng ; quan hệ giữa 2, 3 đoạn thẳng phân biệt.

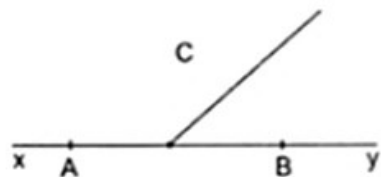
III. Câu hỏi và bài tập

45. Trả lời các câu hỏi sau :

- Qua hai điểm tùy ý có thể vẽ được bao nhiêu đường thẳng ?
- Hai đường thẳng tùy ý có thể có bao nhiêu điểm chung ?
- Đoạn thẳng là gì ? Kí hiệu ?
- Tia là gì ? Kí hiệu ? Cho hai tia bất kì có thể xảy ra những trường hợp nào ?
- Cho hai đoạn thẳng $CA = CB$. Điểm C có phải là trung điểm của đoạn AB không ? Tại sao ?
- Muốn cho C là trung điểm của đoạn thẳng AB thì cần thêm điều kiện gì ?
- Điểm C chia đoạn thẳng AB thành hai đoạn thẳng. Nếu biết độ dài hai đoạn thẳng AB và CB thì tìm độ dài đoạn thẳng AC bằng cách nào ?
- Cách so sánh hai đoạn thẳng như thế nào ? Những dụng cụ nào thường để đo khoảng cách giữa hai điểm đã cho ?

46. Xem hình 34 cho biết :

- Hình đó có mấy tia gốc O ? Là những tia nào ?
- Những cặp tia nào đối nhau ?
- Những cặp tia nào trùng nhau ?
- Có mấy đoạn thẳng ? Là những đoạn thẳng nào ?



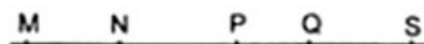
Hình 34

47. Cho đoạn thẳng $MN = 8\text{cm}$ và điểm O nằm giữa hai điểm M và N.
- Nếu O là trung điểm của đoạn MN, tính độ dài đoạn OM, ON.
 - Nếu đoạn OM lớn hơn đoạn ON là 2cm, tính độ dài đoạn OM, ON.
48. Cho ba điểm O, M, N thẳng hàng và điểm O nằm giữa hai điểm M và N. Trong ba đoạn thẳng OM, ON và MN cần biết số đo của mấy đoạn thẳng thì tính được đoạn thẳng còn lại ? Vì sao ?
49. Điểm A và B cùng thuộc đường thẳng a; điểm C nằm giữa hai điểm A và B; điểm D nằm giữa hai điểm C và B.
- Tìm trên hình vẽ những tia gốc C đối nhau.
Tìm trên hình vẽ những tia gốc C trùng nhau.
 - Hãy chứng tỏ điểm C nằm giữa hai điểm A và D.

50. Các điểm A, B, C nằm trên một đoạn thẳng. Biết rằng $AB = 12\text{cm}$, $BC = 13,5\text{cm}$. Độ dài đoạn thẳng AC có thể bằng bao nhiêu ? Chỉ rõ từng trường hợp.
51. Trên đường thẳng xy cho trước lấy các điểm O, A và B sao cho $OA = 12\text{cm}$, $OB = 9\text{cm}$. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm M và N là trung điểm của đoạn OA và OB nếu :
- Điểm O nằm trên đoạn AB.
 - Điểm O nằm ngoài đoạn AB.
52. Đoạn thẳng AB có độ dài 28cm. Được chia thành ba đoạn thẳng không bằng nhau theo thứ tự là AC, CD và DB. E và F là trung điểm của đoạn AC và DB. Biết độ dài đoạn $EF = 16\text{cm}$. Tìm độ dài đoạn CD.
53. Cho đoạn thẳng $AB = 4\text{cm}$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm C sao cho $BC = 5\text{cm}$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 4\text{cm}$.
- Hãy chứng tỏ bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.
 - So sánh độ dài hai đoạn thẳng AC và BD.
 - Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng BC thì I có phải là trung điểm của đoạn thẳng AD không ? Tại sao ?
54. Cho đoạn thẳng $AB = 6\text{cm}$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C. Biết E là trung điểm của đoạn thẳng CA, F là trung điểm của đoạn thẳng CB.
- Chứng tỏ độ dài đoạn CB lớn hơn độ dài đoạn CA.
 - Tìm độ dài đoạn EF.
- 55*. Buổi họp mặt của một nhóm học sinh gồm 6 bạn. Mỗi bạn đều bắt tay bạn khác một lần. Hỏi tất cả có bao nhiêu cái bắt tay ?
- 56*. Cho các điểm bất kì : M, N, P, Q, E, F, O trên cùng một mặt phẳng, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm xác định được một đoạn thẳng. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đoạn thẳng ?
- 57*. Đoạn thẳng AB có độ dài bằng a được chia thành hai đoạn thẳng bởi một điểm chia bất kì. Tính khoảng cách giữa hai trung điểm của hai đoạn thẳng đã được chia.
- 58*. Đoạn thẳng AB có độ dài bằng a được chia thành ba đoạn thẳng bởi hai điểm chia P, Q theo thứ tự là đoạn AP, PQ và QB sao cho $AP = 2PQ = 2QB$. Tìm khoảng cách giữa :

CHỦ ĐỀ 2

5. (H.39) a) Điểm P nằm giữa các cặp hai điểm là : M và Q ; M và S ; N và Q ; N và S.



Hình 39

- b) Điểm N nằm giữa các cặp hai điểm là : M và P ; M và Q ; M và S.

c) Điểm Q nằm giữa các cặp hai điểm là : M và S ; N và S ; P và S.

d) Điểm Q không nằm giữa các cặp hai điểm là : N và P ; N và M ; M và P.

6. a) Vẽ theo thứ tự của đầu bài được hình 40.

b) Điểm B còn nằm giữa hai điểm D và C.

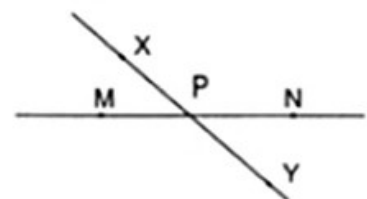
c) Theo câu a, điểm A nằm giữa hai điểm B và C, nên điểm C thuộc đường thẳng thứ I qua A và B.



Hình 40

Cũng theo câu a, điểm B nằm giữa hai điểm A và D, nên điểm D thuộc đường thẳng thứ II qua A và B.

Đường thẳng thứ I và đường thẳng thứ II cùng qua hai điểm A và B (có hai điểm chung). Vậy hai đường thẳng đó trùng nhau. Suy ra bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.



Hình 41

7. Vẽ theo thứ tự đầu bài được hình 41.

8. Ba điểm A, B, C thẳng hàng, nên điểm A nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm B và C.

Ba điểm B, C, D thẳng hàng, nên điểm D nằm trên đường thẳng qua hai điểm B và C.

Vậy, cả bốn điểm đó đều thuộc đường thẳng qua hai điểm B và C, suy ra bốn điểm đó thẳng hàng. Từ nhận xét đó suy ra cách vẽ như hình 42 (bốn điểm đó có thể theo thứ tự khác nhau vì chỉ yêu cầu thẳng hàng là đủ).



Hình 42

9. Có ba điểm M, N, P thẳng hàng, chỉ xảy ra một trong ba trường hợp :

(1) Điểm M nằm giữa hai điểm N và P (trái với đầu bài).

(2) Điểm N nằm giữa hai điểm M và P (trái với đầu bài).

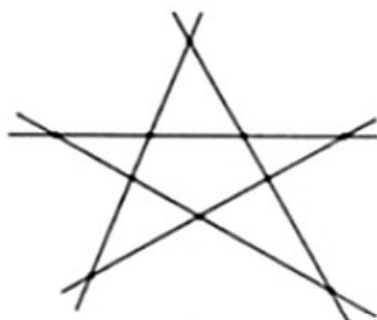
(3) Hoặc điểm P nằm giữa hai điểm M và N.

Vậy chỉ còn trường hợp (3) là đúng. Từ đó ta có hình vẽ như hình 43.

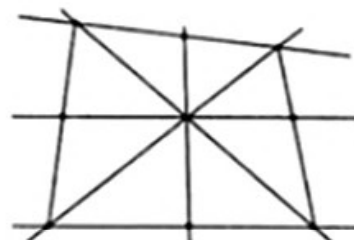


Hình 43

10. Theo hình 44 (mỗi điểm trên hình vẽ là một cây).



Hình 44

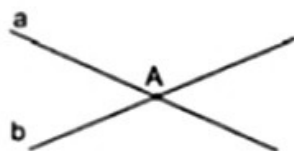


Hình 45

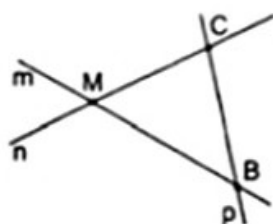
11. Theo hình 45 (mỗi điểm trên hình vẽ là một cây).

12. a) Hình 46a.

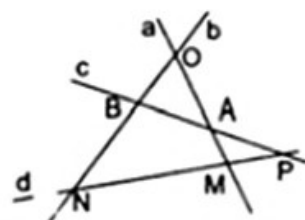
b) Hình 46b.



a)



b)



c)

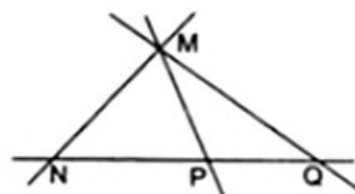
Hình 46

c) Trong hình 46c có 6 điểm, trong đó :

- Điểm B nằm giữa hai điểm O và N ;
- Điểm A nằm giữa hai điểm O và M ;
- Điểm A nằm giữa hai điểm B và P ;
- Điểm M nằm giữa hai điểm N và P.

13. a) Vẽ theo hình 47.

b) Ta thấy số đường thẳng vẽ được là MN, MP, MQ và đường thẳng NQ chứa ba điểm thẳng hàng là N, P, Q (thứ tự các điểm N, P, Q có thể khác nhau, nên vị trí các đường thẳng MN, MP và MQ có thể khác nhau).



Hình 47

14. a) Hình 16a có 3 điểm, hình 16b có 6 điểm, hình 16c có 10 điểm. Sử dụng các chữ in hoa đặt tên cho các điểm đó.
 b) Hình 16a có 3 đường thẳng, hình 16b có 4 đường thẳng, hình 16c có 5 đường thẳng.
15. Có 6 đường thẳng đó là các đường : AB, AC, AD, BC, BD và CD.
16. Có thể giải bằng hai cách :

Cách 1 : Vẽ hình rồi liệt kê các đường thẳng đó.

Cách 2 : Bằng cách tính: Lấy một điểm bất kì (chẳng hạn điểm M), còn lại 4 điểm phân biệt ta nối điểm M với 4 điểm còn lại đó được 4 đường thẳng.

Với 5 điểm đã cho ta có : 4 đường \times 5 điểm.

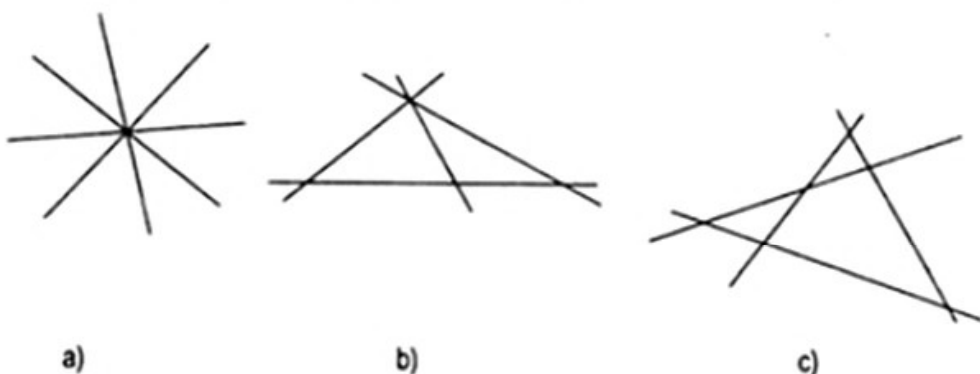
Nhưng với cách làm trên, mỗi đường ta đã tính hai lần. Chẳng hạn, khi chọn điểm M ta nối M với N, ta có đường thẳng MN. Nhưng khi chọn điểm N, ta nối N với M, ta cũng có đường thẳng NM. Hai đường thẳng này trùng nhau nên ta chỉ tính là một đường.

Vậy số đường thẳng vẽ được là :

$$\frac{4 \times 5}{2} = 10 \text{ (đường thẳng).}$$

17. Khi vẽ bốn đường thẳng có thể xảy ra các trường hợp sau :

- a) Bốn đường thẳng đó đồng quy : có một điểm chung (H.48a).



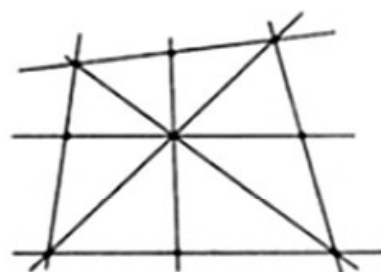
Hình 48

- b) Có ba đường thẳng đồng quy, còn đường thẳng thứ tư cắt ba đường thẳng đó : có 4 điểm (H.48b).
- c) Không có ba đường thẳng nào đồng quy (đôi một cắt nhau) : có 6 điểm (H.48c).

18. – Trước tiên ta chứng tỏ bốn điểm : A, B, C, D thẳng hàng (theo cách giải ở ví dụ 1).
 – Tiếp tục ta chứng tỏ bốn điểm : C, D, E, F thẳng hàng (theo cách giải ở ví dụ 1).

Vậy bốn điểm A, B, C, D thuộc đường thẳng CD và bốn điểm C, D, E, F cũng thuộc đường thẳng CD. Từ đó sáu điểm A, B, C, D, E, F đều thuộc đường thẳng CD, nên sáu điểm đó thẳng hàng.

19. Tại vị trí A và B đóng hai cọc tiêu cố định. Sau đó dùng cọc tiêu thứ 3, 4... để đóng đường thẳng theo cách tiến hành ở mục III.
20. Trên hình 49 mỗi điểm là một cây. Ta có 9 điểm (9 cây) thành 8 đường thẳng, mỗi đường thẳng có 3 điểm (3 cây).

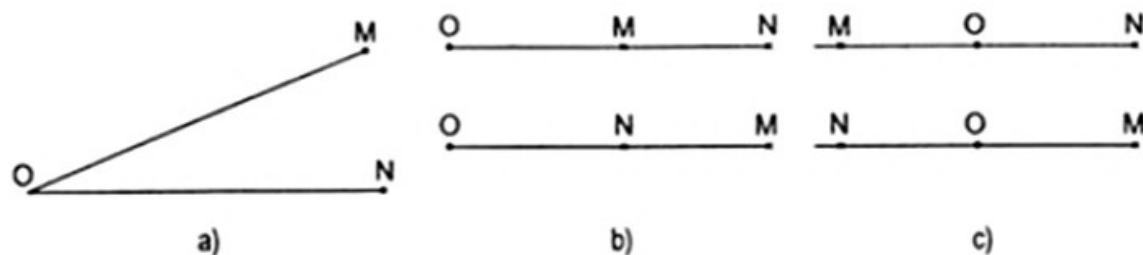


Hình 49

CHỦ ĐỀ 3

21. Có 3 cách vẽ :

- Trường hợp 1 (H.50a) : hai tia OM và ON có chung gốc O.
- Trường hợp 2 (H.50b) : hai tia OM và ON là hai tia trùng nhau.
- Trường hợp 3 (H.50c) : hai tia OM và ON là hai tia đối nhau.



Hình 50

22. a) Gồm hai tia Ox và Oy là hai tia đối nhau.
 b) Để hai tia OA và OB đối nhau thì O phải nằm giữa hai điểm A và B. Vậy, nếu A thuộc tia Ox thì B thuộc tia Oy và ngược lại.
 Để hai tia OA và OB trùng nhau thì hai điểm A và B phải nằm cùng phía với điểm O. Vậy, hai điểm A và B cùng thuộc tia Ox hoặc cùng thuộc tia Oy.

23. (H.51)

- a) Tia đối của tia Ex là tia Ey .
b) Tia đối của tia Fy là các tia Fx , FO và FE .
c) Tia trùng với tia Oy là tia OF và OP .
d) Tia trùng với tia Ox là tia OE .



Hình 51



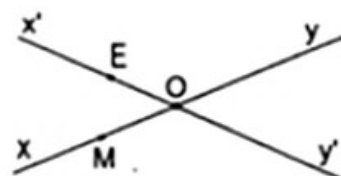
Hình 52

24. (H.52)

- a) OM và ON là hai tia đối nhau, nên ba điểm O, M, N cùng nằm trên đường thẳng qua O và M .
– Tia OM và OP là hai tia đối nhau, nên ba điểm O, M, P cùng nằm trên đường thẳng qua O và M .
– Hai đường thẳng trên có hai điểm chung là O, M . Vậy, hai đường thẳng đó trùng nhau. Vậy, bốn điểm O, M, N và P thẳng hàng.
b) – OM và ON là hai tia đối nhau. Vậy, O nằm giữa hai điểm M và N .
– OM và OP là hai tia đối nhau. Vậy, O nằm giữa hai điểm M và P .

25. (H.53)

- a) – Ox và Oy là hai tia đối nhau.
– Ox' và Oy' là hai tia đối nhau.
b) – OM và ON là hai tia đối nhau, mà M thuộc tia Ox , nên N phải thuộc tia đối của tia Ox . Vậy, N thuộc tia Oy .
– OE và OF là hai tia trùng nhau, mà E thuộc tia Ox' , nên F phải thuộc tia Ox' .



Hình 53

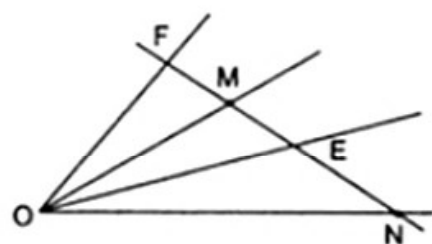
26. Vẽ như hình 54.

27. – Ba điểm O, E, F cùng thuộc tia Ox , mà $OF > OE$ ($3\text{cm} > 2\text{cm}$), vậy điểm E nằm giữa hai điểm O và F .

Ta có : $OF = OE + EF$.

Thay số vào ta có : $3 = 2 + EF \Rightarrow EF = 1$ (cm).

– Tương tự như trên ta có điểm F nằm giữa hai điểm O và P , nên ta có :



Hình 54

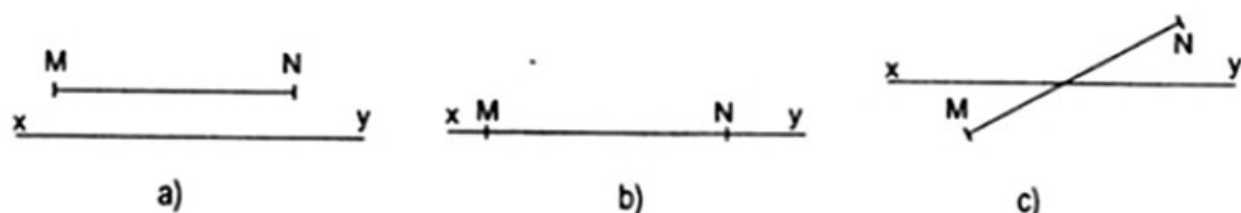
$$OP = OF + FP$$

Thay số vào ta có : $5 = 3 + FP \Rightarrow FP = 2$ (cm).

Vì $OF = 3\text{cm}$, $OP = 5\text{cm}$, $OE = 2\text{cm}$ hay $OP > OF > OE$.

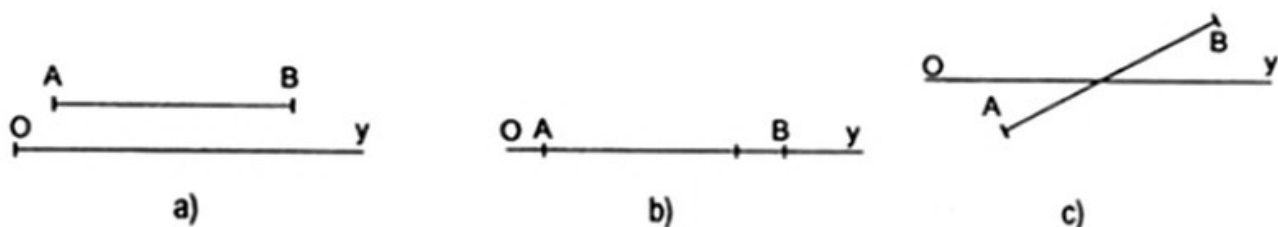
Vậy F nằm giữa hai điểm E và P.

28. a) Ba trường hợp xảy ra (H.55a, b, c).



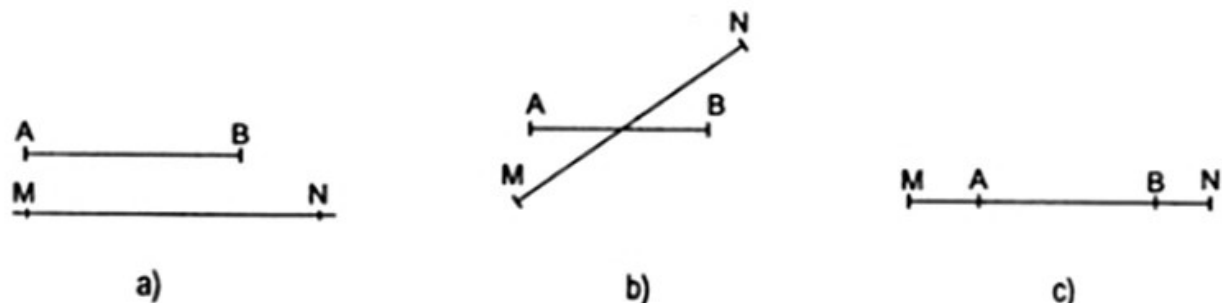
Hình 55

- b) Ba trường hợp xảy ra (H.56a, b, c).



Hình 56

- c) Ba trường hợp có thể xảy ra (H.57a, b, c).



Hình 57

29. a) Điểm I nằm giữa hai điểm M và N, nên ta có :

$$MN = MI + IN \text{ hay } 5 = 4 + IN.$$

Vậy, $IN = 1$ (cm).

- b) Điểm I nằm giữa hai điểm A và B, nên ta có :

$$AB = AI + IB \text{ mà } AB = 3\text{cm}, IB = IN = 1\text{cm}.$$

Ta có : $3 = AI + 1$.

Vậy $AI = 2$ (cm).

30. a) Điểm P nằm giữa hai điểm M và N, nên ta có :

$$MN = MP + PN \text{ hay } 5 = MP + 3 \Rightarrow MP = 2 \text{ (cm).}$$

b) E nằm trên tia đối của tia PM, nên E thuộc tia PN. Mà $PE < PN$ ($1\text{cm} < 3\text{cm}$), vậy điểm E nằm giữa hai điểm P và N.

$$\text{Suy ra } PN = PE + EN \text{ hay } 3 = 1 + EN \Rightarrow EN = 2 \text{ (cm).}$$

$$\text{Vậy } EN = MP = 2\text{cm.}$$

31. a) Khi vẽ xảy ra hai trường hợp :

- Trường hợp 1 : hình 58a.

- Trường hợp 2 : hình 58b.



a)

b) - Trường hợp 1 : Tia AO trùng với tia AB.

Mà $AB < AO$ ($3\text{cm} < 7\text{cm}$), nên điểm B nằm giữa hai điểm O và A.

$$\text{Ta có : } AO = AB + BO \text{ hay } 7 = 3 + BO$$

$$\Rightarrow BO = 4\text{cm.}$$

- Trường hợp 2 : Tia AO là tia đối của tia AB.

Suy ra điểm A nằm giữa hai điểm O và B.

$$\text{Ta có } OB = OA + AB \text{ hay } OB = 7 + 3 \Rightarrow OB = 10\text{cm.}$$



b)

Hình 58

32. (H.59)

- AE là tia đối của tia AB, nên điểm A nằm giữa hai điểm E và B. Suy ra

$$EB = EA + AB$$

$$\text{Thay số vào ta có : } 7 = AE + 4 \quad (1)$$

- BF là tia đối của tia BA, nên điểm B nằm giữa hai điểm F và A. Suy ra

$$AF = AB + BF$$

$$\text{Thay số vào ta có : } 7 = 4 + BF \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta có : $AE = BF = 3\text{cm.}$



Hình 59

33. (H.60)

Theo đầu bài, điểm E nằm giữa hai điểm M và N, nên ta có :



Hình 60

$$MN = ME + EN \quad (1)$$

Điểm F nằm giữa hai điểm M và E, nên ta có :

$$ME = MF + FE \quad (2)$$

Thay ME ở (2) vào (1), ta có : $MN = MF + FE + EN$.

34. Tỉnh T nằm giữa hai tỉnh M và P. Ba tỉnh nằm trên đường thẳng, nên ta có :

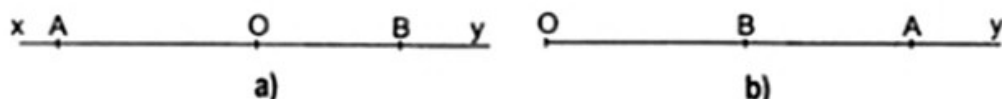
$$MP = MT + TP$$

Thay số vào ta có : $650 = 170 + TP \Rightarrow TP = 480$.

Vậy, khoảng cách giữa hai tỉnh T và P là 480km.

35. a) Xây ra hai trường hợp :

- Trường hợp 1 : Hai điểm A và B thuộc hai tia đối nhau ($A \in Ox$, $B \in Oy$) và ngược lại. Khi đó, điểm O nằm giữa hai điểm A và B (H.61a).
- Trường hợp 2 : Hai điểm A và B thuộc cùng một tia (hoặc Ox , hoặc Oy). Mà $OB < OA$ ($3\text{cm} < 6\text{cm}$), nên điểm B nằm giữa hai điểm O và A (H.61b).



- b) - Trường hợp 1 : $AB = 9\text{cm}$.

- Trường hợp 2 : $AB = 3\text{cm}$.

- c) Xét trường hợp 2 :

Theo câu a, điểm B nằm giữa hai điểm O và A, mà $OB = 3\text{cm}$ (đầu bài), $BA = 3\text{cm}$ (câu b), nên $OB = BA$.

Điểm B thoả mãn hai điều kiện của trung điểm, nên điểm B là trung điểm của đoạn thẳng OA

36. (H.62)

- a) E là trung điểm của MO, nên $E \in MO$ và $ME = EO$.

Vậy,
$$EO = \frac{MO}{2}. \quad (1)$$

F là trung điểm của ON, nên $F \in ON$

và $OF = FN$. Vậy, $OF = \frac{ON}{2}$. (2)



Hình 62

Hai điểm E và F thuộc hai tia đối nhau là OM và ON, nên điểm O nằm giữa hai điểm E và F.

Vậy ta có : $EF = EO + OF$. (3)

Thay (1), (2) vào (3) ta có :

$$EF = \frac{MO}{2} + \frac{ON}{2} = \frac{MO + ON}{2}$$

$$\text{Vậy, } EF = \frac{MN}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ (cm).}$$

b) Muốn cho O là trung điểm của EF thì phải có thêm điều kiện $OE = OF$.

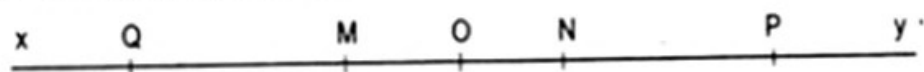
Từ (1) và (2) suy ra : $\frac{OM}{2} = \frac{ON}{2}$ hay $OM = ON$. Tức là, O phải là trung điểm của đoạn MN (không phải là điểm bất kì).

Chú ý :

- Từ kết quả của câu a, ta có thể khái quát : Độ dài của đoạn thẳng EF không phụ thuộc vào vị trí khi chọn điểm O mà luôn luôn bằng nửa đoạn MN.
- Trường hợp câu b là trường hợp đặc biệt : Nếu O là trung điểm của đoạn MN thì O cũng là trung điểm của đoạn EF.

37. (H.63)

a) Hai điểm N và P đều thuộc tia Oy (đầu bài), mà $ON < OP$ ($1\text{cm} < 3\text{cm}$), nên điểm N nằm giữa hai điểm O và P.



Hình 63

Ta có : $OP = ON + NP$.

Thay số vào ta có : $3 = 1 + NP \Rightarrow NP = 2 \text{ (cm)}$.

Hai điểm M và N thuộc hai tia đối Ox và Oy (đầu bài).

Vậy, điểm O nằm giữa hai điểm M và N. Ta có :

$$MN = MO + ON \Rightarrow MN = 1 + 1 \Rightarrow MN = 2 \text{ (cm)}.$$

Ba điểm M, N, P cùng thuộc đường thẳng xy.

Điểm N nằm giữa hai điểm M và P, lại có $MN = NP = 2\text{cm}$.

Vậy, điểm P là trung điểm của đoạn thẳng MP.

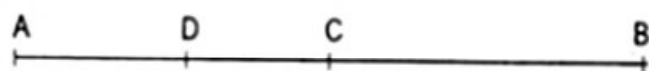
b) Tương tự như trên, hãy chứng tỏ :

– Điểm O là trung điểm của đoạn MN và PQ.

– Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng QN.

38. a) Điểm C là trung điểm của đoạn AB (đầu bài), nên ta có (H.64) :

$$CB = CA = \frac{AB}{2} = \frac{64}{2} = 32 \text{ (cm)}$$



Hình 64

– Điểm D thuộc tia CA, mà $CD < CA$ ($15\text{cm} < 32\text{cm}$), nên điểm D nằm giữa hai điểm A và C.

Ta có : $AC = AD + DC$.

Thay số vào ta có : $32 = AD + 15 \Rightarrow AD = 17 \text{ (cm)}$.

– Điểm D thuộc tia CA, là tia đối của tia CB, nên điểm C nằm giữa hai điểm D và B.

Ta có : $DB = DC + CB \Rightarrow DB = 15 + 32 = 47 \text{ (cm)}$.

b) Điểm D không phải là trung điểm của đoạn thẳng nào trong hình vẽ. Vì :

– D nằm giữa A và C, mà $DC = 15 \text{ (cm)} \neq \frac{AC}{2}$ ($\frac{AC}{2} = 16\text{cm}$) ;

– D nằm giữa A và B, mà $AD = 17 \text{ (cm)} \neq \frac{AB}{2}$ ($\frac{AB}{2} = 32\text{cm}$).

39. Cách giải tương tự bài 18, ta có :

a) Điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB và AC.

b) Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng NP và MC.

c) Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AP.

40. Cách giải tương tự bài 15.

Khi vẽ ta có hai trường hợp :

- Trường hợp 1 : Hai điểm A và B thuộc hai tia đối nhau ($A \in Ox, B \in Oy$ hoặc ngược lại).

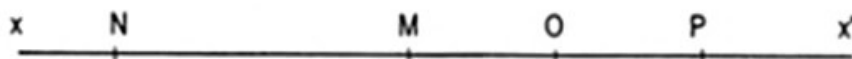
Ta tính được $EF = 10\text{cm}$.

- Trường hợp 2 : Hai điểm A và B cùng thuộc một tia Oy (hoặc Ox).

Ta tính được $EF = 2\text{cm}$.

41. a) Hai điểm M và N cùng nằm trên tia Ox (H.65), mà $OM < ON$ ($2\text{cm} < 6\text{cm}$).

Vậy, điểm M nằm giữa hai điểm O và N.



Hình 65

- b) Tia MO trùng với tia MP và tia Mx' . Tia MO là tia đối của tia MN và tia Mx .

- c) Muốn chứng tỏ M là trung điểm của đoạn thẳng NP ta phải chứng tỏ điểm M nằm giữa hai điểm N và P, và $NM = MP$. Thật vậy :

- Theo câu a, điểm M nằm giữa hai điểm O và N. Theo đầu bài, điểm N và P thuộc hai tia Ox và Ox' đối nhau. Vậy, điểm M phải nằm giữa hai điểm N và P.

- Từ câu a ta có : $ON = NM + MO$.

$$\text{Thay số vào ta có : } 6 = NM + 2 \Rightarrow NM = 4 \text{ (cm)} \quad (1)$$

- Theo đầu bài $M \in Ox, P \in Ox'$. Vậy, điểm O nằm giữa hai điểm M và P.

$$\text{Ta có : } MP = MO + OP.$$

$$\text{Thay số vào ta có : } MP = 2 + 2 \Rightarrow MP = 4 \text{ (cm)} \quad (2)$$

- Từ (1) và (2) có $NM = MP = 4 \text{ (cm)}$. Điểm M thoả mãn hai điều kiện của trung điểm. Vậy, M là trung điểm của đoạn thẳng NP .

- 42*. a) Giả sử điểm O nằm giữa hai điểm M và N, ta có : $MN = MO + ON$.

$$\text{Thay số vào ta có : } 5 = 3 + 4 \Rightarrow \text{vô lí.}$$

Vậy, O không thể nằm giữa hai điểm M và N.

- b) Giả sử điểm M nằm giữa hai điểm O và N, ta có : $ON = OM + MN$.

$$\text{Thay số vào ta có : } 4 = 3 + 5 \Rightarrow \text{vô lí.}$$

Giả sử điểm N nằm giữa hai điểm còn lại là O và M, ta có :

$$OM = ON + NM.$$

$$\text{Thay số vào ta có : } 3 = 4 + 5 \Rightarrow \text{vô lí.}$$

Vậy, theo câu a : O không thể nằm giữa hai điểm M và N ; theo câu b : M không thể nằm giữa hai điểm O và N ; và N không thể nằm giữa hai điểm O và M.

Ta không chỉ ra được một điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại. Vậy, ba điểm O, M, N với ba khoảng cách trên không thể thẳng hàng được.

43*. (H.66)

– Theo đầu bài : $AB = 36\text{cm}$, $EH = 30\text{cm}$.

Vậy $AE + HB = 36 - 30 = 6$ (cm).

Mà $AE = \frac{AM}{2}$ (1) ; $HB = \frac{PB}{2}$ (2) (E và H là trung điểm của AM và PB).



Hình 66

Từ (1) và (2) ta có :

$$AE + HB = \frac{AM}{2} + \frac{PB}{2} = \frac{AM + PB}{2}$$

Mà $AE + HB = 6$ (cm), nên $\frac{AM + PB}{2} = 6 \Rightarrow AM + PB = 12$ (cm).

Vậy, $MP = AB - (AM + PB) = 36 - 12 \Rightarrow MP = 24$ (cm).

– Theo đầu bài : F là trung điểm của MN, nên $FN = \frac{MN}{2}$. (3)

Và G là trung điểm của NP, nên $NG = \frac{NP}{2}$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra :

$$FN + NG = \frac{MN}{2} + \frac{NP}{2} = \frac{MN + NP}{2}. \quad (5)$$

Theo thứ tự lấy các điểm chia và thứ tự lấy trung điểm các đoạn thẳng, thì N là điểm nằm giữa hai điểm F và G ; N là điểm nằm giữa hai điểm M và P.

Vậy $FN + NG = FG$ và $MN + NP = MP$.

Thay vào (5) ta có : $FG = \frac{MP}{2} = \frac{24}{2} = 12$ (cm).

Vậy độ dài đoạn thẳng FG là 12cm.

44*. Khi vẽ hình có hai trường hợp :

- Trường hợp 1 (H.67a) : Hai điểm B và C ở cùng phía với A, tức là hai tia AB và AC trùng nhau. Trường hợp này có thể chia làm hai trường hợp nhỏ là : $AB > AC$, $AC > AB$ (hai trường hợp chứng minh tương tự).

Ta chứng tỏ $AB < AC$:

N là trung điểm của AC, nên :

$$AN = \frac{AC}{2} \quad (1)$$

M là trung điểm của AB, nên :

$$AM = \frac{AB}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có :

$$AN - AM = \frac{AC}{2} - \frac{AB}{2} = \frac{AC - AB}{2} \quad (3)$$

Ta xét $AB < AC$, nên điểm B nằm giữa hai điểm A và C.

Ta có : $AC = AB + BC \Rightarrow BC = AC - AB \quad (4)$

$AB < AC \Rightarrow AM < AN$, nên điểm M nằm giữa hai điểm A và N.

Ta có : $AN = AM + MN \Rightarrow MN = AN - AM \quad (5)$

Thay (4) và (5) vào (3), ta có :

$$MN = \frac{BC}{2} \text{ hay } BC = 2MN.$$



Hình 67

- Trường hợp 2 (H.67b) : Hai điểm B và C thuộc hai tia đối AB và AC. Suy ra hai trung điểm cũng thuộc hai tia đối nhau.

M là trung điểm của AB, nên

$$AM = \frac{AB}{2} \quad (6)$$

N là trung điểm của AC, nên

$$AN = \frac{AC}{2} \quad (7)$$

Từ (6) và (7) có :

$$AM + AN = \frac{AB + AC}{2} \quad (8)$$

Mà AB và AC là hai tia đối, nên điểm A nằm giữa hai điểm B và C.

Ta có : $BC = BA + AC \quad (9)$

$M \in AB$ và $N \in AC$ là hai tia đối, nên điểm A nằm giữa hai điểm M và N và ta có :

$$MN = AM + AN \quad (10)$$

Thay (9) và (10) vào (8), ta có :

$$MN = \frac{BC}{2} \text{ hay } BC = 2MN.$$

45. Học sinh tự làm.

46. a) Có 6 tia chung gốc O là các tia OA, Ox, OB, Oy, OC và Oz.

b) – Tại gốc A có tia Ax là tia đối của các tia Ay, AO và AB.

– Tại gốc O có tia Ox là tia đối của các tia OB và Oy.

– Tại gốc B có tia By là tia đối của các tia Bx, BA và BO.

– Tại gốc C có tia Cz là tia đối của tia CO.

c) – Tại gốc O có tia OA trùng với tia Ox, tia OB trùng với tia Oy và tia OC trùng với tia Oz.

– Tại gốc A có tia AO trùng với các tia AB và Ay.

– Tại gốc B có tia BO trùng với các tia BA và Bx.

d) Có 4 đoạn thẳng là các đoạn OA, OB, OC và AB.

47. a) Nếu O là trung điểm của đoạn MN thì ta có :

$$OM = ON = \frac{MN}{2} = \frac{8}{2} \Rightarrow OM = ON = 4\text{cm}.$$

b) O nằm giữa hai điểm M và N, nên : $MN = MO + ON. \quad (1)$

Mà $MO = ON + 2$, thay vào (1) ta có :

$$8 = ON + 2 + ON \Rightarrow 8 = 2ON + 2 \Rightarrow ON = 3 \text{ (cm)}.$$

Vậy $OM = 3 + 2 = 5 \text{ (cm)}$.

48. Vì O nằm giữa hai điểm M và N, nên ta có : $MN = MO + ON$.

Trong phép tính trên, nếu biết hai số hạng thì tính được số thứ ba. Vậy cần biết độ dài hai đoạn thẳng thì tính được đoạn thẳng còn lại.

49. (H.68)

1) Tia CA và CD là hai tia đối nhau,
tia CA và CB là hai tia đối nhau.



Những tia gốc C trùng nhau là tia
CB trùng với tia CD.

Hình 68

2) – Theo đầu bài, D nằm giữa hai điểm C và B.

Vậy, hai tia CD và CB trùng nhau.

– Theo đầu bài, C nằm giữa hai điểm A và B.

Vậy, hai tia CA và CB là hai tia đối nhau,

– Tia CA đối với tia CB, mà tia CB trùng với tia CD.

Vậy, tia CA cũng là tia đối của tia CD.

Suy ra điểm C nằm giữa hai điểm A và D.

50. Xét hai trường hợp :

– Trường hợp 1 (H.69a) : Hai điểm B và C ở hai tia đối nhau AB và AC.
Vậy, điểm A nằm giữa hai điểm B và C.

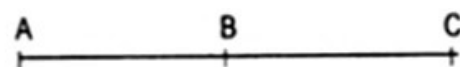
Ta có : $BC = BA + AC$.

Thay số vào ta được : $13,5 = 12 + AC$.

Vậy $AC = 1,5 \text{ (cm)}$.



a)



b)

Hình 69

– Trường hợp 2 (H.69b) : Hai điểm B và C ở cùng phía với điểm A. Vì $BC > BA$ ($13,5\text{cm} > 12\text{cm}$), nên không thể xảy ra trường hợp điểm C nằm giữa hai điểm A và B.

Chỉ có thể xảy ra điểm B nằm giữa hai điểm A và C.

Ta có : $AC = AB + BC \Rightarrow AC = 12 + 13,5 = 25,5$ (cm).

Vậy $AC = 25,5$ (cm).

51. Tương tự bài 30.

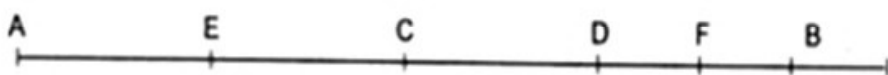
Chia làm hai trường hợp :

– Trường hợp 1 : Điểm O nằm giữa hai điểm A và B. Ta có : $AB = 21$ cm.

– Trường hợp 2 : Điểm A và B cùng phía với điểm O. Ta có : $AB = 3$ cm.

52. (H.70)

Đoạn AB được chia thành ba đoạn theo thứ tự AC, CD, DB. Vậy, hai điểm C và D nằm giữa hai điểm A và B, hay đoạn thẳng CD nằm giữa hai đoạn thẳng AC và DB.



Hình 70

E là trung điểm của AC nên $AE = \frac{AC}{2}$. (1)

F là trung điểm của DB nên $FB = \frac{DB}{2}$. (2)

Từ (1) và (2) có :

$$AE + FB = \frac{AC}{2} + \frac{DB}{2} \Rightarrow AE + FB = \frac{AC + BD}{2},$$

trong đó $AE + FB = AB - EF$.

$$\text{Vậy, } AE + FB = \frac{AC + BD}{2} = 28 - 16 = 12.$$

Suy ra : $AC + BD = 24$ (cm).

Vậy đoạn $CD = AB - (AC + BD) = 28 - 24 = 4$ (cm).

53. a) Tia BC là tia đối của tia BA, nên ba điểm A, B, C thẳng hàng (cùng nằm trên đường thẳng đi qua B và C).

Tia CB là tia đối của tia CD nên ba điểm B, C, D thẳng hàng (cùng nằm trên đường thẳng đi qua B và C).

Vậy A và D cùng nằm trên đường thẳng qua B và C, nên bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

b) Tia BC là tia đối của tia BA, nên điểm B nằm giữa hai điểm A và C.

Ta có : $AC = AB + BC$.

Thay số ta có: $AC = 4 + 3 = 7$ (cm).

Tia CB là tia đối của tia CD, nên điểm C nằm giữa hai điểm B và D.

Ta có : $BD = BC + CD$.

Thay số ta có : $BD = 3 + 4 = 7$ (cm).

Vậy $AC = BD = 7$ cm.

c) I là trung điểm của BC, suy ra :

$$BI = IC = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ (cm)}.$$

Từ đó ta tính được độ dài đoạn AI và ID để suy ra $AI = ID$ và kết luận I cũng là trung điểm của đoạn AD.

54. a) Điểm C thuộc tia đối của tia AB, nên điểm A nằm giữa hai điểm B và C.

Vậy, ta có : $BC = BA + AC$.

Độ lớn của các đoạn BC, BA, AC là các số dương, nên tổng hai số phải lớn hơn một số hạng.

Vậy, BC phải lớn hơn AC.

b) F là trung điểm của đoạn CB, nên : $CF = \frac{CB}{2}$ (1)

E là trung điểm của đoạn CA, nên : $CE = \frac{CA}{2}$ (2)

Mà $CA < CB$ (câu a), nên $CE < CF$, chứng tỏ điểm E nằm giữa hai điểm C và F.

Suy ra : $CF = CE + EF$

$$\Rightarrow EF = CF - CE \quad (3)$$

Thay (1) và (2) vào (3), ta có :

$$EF = \frac{CB}{2} - \frac{CA}{2} = \frac{CB - CA}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ (cm)}.$$

Vậy $EF = 3$ cm.

55*. Có thể biểu thị 6cm đó bằng 6 chữ cái khác nhau. Coi mỗi cái bắt tay của hai em là đường thẳng nối hai điểm.

Theo cách giải thứ 2 bài 12 (Chủ đề 2 – Dạng 2), ta có :

$$\frac{6 \times 5}{2} = 15 \text{ (cái bắt tay).}$$

56*. Giải tương tự bài 51.

Ta có số đoạn thẳng vẽ được là

$$\frac{7 \times 6}{2} = 21 \text{ (đoạn thẳng).}$$

57*. Gọi điểm chia đoạn thẳng AB thành hai đoạn là C, thì điểm C phải nằm giữa hai điểm A và B (H.71).



Hình 71

Ta có : $AB = AC + CB$.

I là trung điểm của AC, nên:

$$IC = \frac{AC}{2} \quad (1)$$

Q là trung điểm của CB, nên :

$$CQ = \frac{CB}{2} \quad (2)$$

Tia CA và CB là hai tia đối nhau, mà $I \in AC$, $Q \in CB$, nên C phải nằm giữa I và Q.

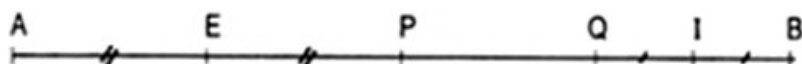
Ta có : $IQ = IC + CQ \quad (3)$

Thay (1), (2) vào (3) có :

$$IQ = \frac{AC}{2} + \frac{CB}{2} = \frac{AC+CB}{2} \text{ hay } IQ = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$$

(a là độ dài đoạn AB).

58*. (H.72)



Hình 72

a) Đoạn AB được chia thành ba đoạn theo thứ tự AP, PQ, QB.

Vậy $AB = AP + PQ + QB$.

Mà $AP = 2PQ \quad (1)$

$$2QP = 2QB \Rightarrow PQ = QB. \quad (2)$$

Vậy $AB = 2QB + BQ + QB \Rightarrow AB = 4QB \quad (3)$

I là trung điểm của QB, nên :

$$IB = \frac{QB}{2} \quad (4)$$

I là trung điểm của QB, mà Q nằm giữa hai điểm A và B, nên I cũng nằm giữa hai điểm A và B.

Vậy ta có : $AB = AI + IB \quad (5)$

Từ (3) ta có :

$$AB = 4QB \Rightarrow QB = \frac{AB}{4} \Rightarrow \frac{QB}{2} = \frac{AB}{8}.$$

Vậy $IB = \frac{QB}{2} = \frac{AB}{8} \quad (6)$

Thay (6) vào (5) có :

$$\begin{aligned} AB &= AI + \frac{AB}{8} \\ \Rightarrow AI &= AB - \frac{AB}{8} = \frac{8AB - AB}{8} \\ \Rightarrow AI &= \frac{7AB}{8} = \frac{7a}{8} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

(a là độ dài đoạn AB).

b) Theo (3) : $AB = 4QB$.

Theo (1) : $2QB = AP$.

Vậy ta suy ra :

$$AB = 2AP \Rightarrow AP = \frac{AB}{2}$$

Mà E là trung điểm của AP, nên

$$EP = \frac{AP}{2} = \frac{AB}{4}. \quad (7)$$

Theo (6) : $\frac{QB}{2} = \frac{AB}{8}.$

Suy ra : $QB = \frac{AB}{4}$, mà $PQ = QB$, vậy :

$$PQ = \frac{AB}{4}. \quad (8)$$

Theo (6) : $\frac{QB}{2} = \frac{AB}{8} \Rightarrow QB = \frac{AB}{4}$.

Mà I là trung điểm của QB, nên

$$QI = \frac{QB}{2}.$$

Thay $QB = \frac{AB}{4}$, có $QI = \frac{AB}{8}$ (9)

Theo đầu bài, đoạn AB được chia thành ba đoạn theo thứ tự AP, PQ, QB nên

$$EI = EP + PQ + QI \quad (10)$$

Thay (7), (8), (9) vào (10) có :

$$\begin{aligned} EI &= \frac{AB}{4} + \frac{AB}{4} + \frac{AB}{8} \\ \Rightarrow EI &= \frac{5AB}{8} \Rightarrow EI = \frac{5a}{8} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

(a là độ dài đoạn AB).

59*. (H.73)

Đoạn thẳng AB được chia thành ba đoạn bằng nhau bởi các điểm chia C và D, nên hai điểm C và D phải nằm giữa hai điểm A và B.



Hình 73

– Tia CA và tia CD là hai tia đối nhau, mà I là trung điểm của AC, nên $I \in CA \Rightarrow CI$ và CD đối nhau.

Vậy điểm C phải nằm giữa hai điểm I và D.

Ta có : $ID = IC + CD$.

– Tương tự, tia DC là tia đối của tia DB, mà Q là trung điểm của DB, nên tia DQ là tia đối của tia DC.

Vậy, điểm D phải nằm giữa hai điểm C và Q.

$$\text{Ta có : } CQ = CD + DQ.$$

- Từ đó ta có thể chứng tỏ được C và D nằm giữa I và Q.

$$\text{Suy ra : } IQ = IC + CD + DQ,$$

$$\text{trong đó : } CD = \frac{AB}{3}, IC = \frac{AC}{2}.$$

$$\text{Mà } AC = \frac{AB}{3} \Rightarrow IC = \frac{AB}{6}.$$

$$\text{Tương tự có : } DQ = \frac{AB}{6}.$$

$$\text{Vậy : } IQ = \frac{AB}{6} + \frac{AB}{3} + \frac{AB}{6} = \frac{2AB}{3}.$$

$$\text{Suy ra : } IQ = \frac{2}{3}m.$$

60*. Lập luận các bước tương tự bài 39 ta tính được khoảng cách của hai trung điểm của hai đoạn liền kề hai đầu mút của đoạn thẳng AB có độ dài bằng m là $\frac{4}{5}m$.

5 đoạn bằng nhau có thể lí luận :

Đoạn thẳng AB = m (cm) chia thành 5 đoạn bằng nhau, mỗi đoạn bằng $\frac{m}{5}$.

Vậy, ba đoạn ở giữa là $\frac{3m}{5}$, còn hai đoạn liền hai đầu mút dài $\frac{2m}{5}$.

Trong đó I là trung điểm của đoạn liền kề A, nên có $AI = \frac{m}{10}$.

Q là trung điểm của đoạn liền kề B, nên có $QB = \frac{m}{10}$.

Tổng $AI + QB = \frac{m}{10} + \frac{m}{10} = \frac{m}{5}$. Vậy nửa tổng hai đoạn liền kề hai đầu mút là

$\frac{m}{5}$. Tổng đó với ba đoạn ở giữa là : $\frac{m}{5} + \frac{3m}{5} = \frac{4m}{5}$.

GÓC

Chủ đề 1 NỬA MẶT PHẪNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. **Mặt phẳng** : Trang giấy, mặt bảng đen, mặt nước hồ khi lặng gió.... cho ta hình ảnh một mặt phẳng.

Mặt phẳng không bị giới hạn về mọi phía.

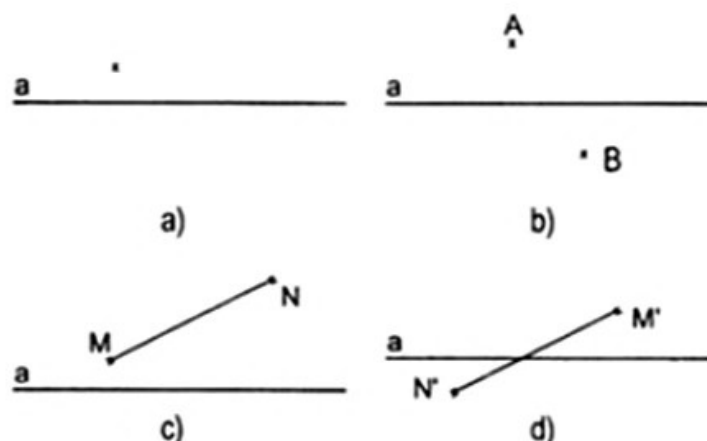
2. **Nửa mặt phẳng**

– Hình 74a : Đường thẳng a bất kì chia mặt phẳng thành hai phần, mỗi phần được gọi là nửa mặt phẳng bờ a .

– Hình 74b mô tả hai nửa mặt phẳng bờ a . Hai điểm A, B nằm trên hai nửa mặt phẳng (hai phía của đường thẳng a). Hai nửa mặt phẳng này gọi là hai nửa mặt phẳng đối nhau.

– Hình 74c : Hai điểm M và N cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ a thì đoạn thẳng MN không cắt đường thẳng a .

– Hình 74d : Hai điểm M' và N' thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a , thì đoạn thẳng $M'N'$ cắt đường thẳng a .



Hình 74

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

I. Phương pháp giải

1. Làm quen việc biểu diễn :

- Nửa mặt phẳng và bờ của nó.
- Các điểm thuộc cùng một đường thẳng.
- Các điểm thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ a.
- Các điểm thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a.

2. Muốn chứng tỏ một đường thẳng (hoặc một tia) cắt một đoạn thẳng ta chỉ cần chỉ ra đoạn thẳng đó chứa hai điểm thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau mà bờ là đường thẳng (hoặc tia) đó.

3. Muốn chứng tỏ một tia nằm giữa hai tia còn lại cần chỉ rõ :

- Ba tia đó chung gốc.
- Ba tia đó cắt một đường thẳng tại ba điểm phân biệt.
- Tia nằm giữa đi qua điểm nằm giữa trong ba điểm giao.

4. Ngược lại, muốn chứng tỏ trong ba điểm có một điểm nằm giữa hai điểm còn lại ta cần chỉ ra :

- Ba điểm đó là giao điểm của ba tia xuất phát từ một góc với một đường thẳng.
- Điểm nằm giữa thuộc tia nằm giữa hai tia còn lại.

II. Ví dụ

Ví dụ 1. Trên nửa mặt phẳng bờ a lấy điểm A ; trên nửa mặt phẳng đối lấy hai điểm M và N (các điểm A, M, N không thuộc a).

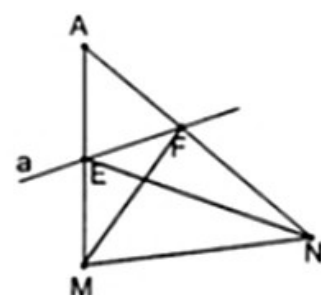
- 1) Hãy chứng tỏ đường thẳng a cắt các đường thẳng AM và AN.
- 2) Gọi hai giao điểm đó theo thứ tự là E và F. Hãy chứng tỏ tia MF nằm giữa hai tia MA và MN ; Tia NE nằm giữa hai tia NA và NM.

Giải (H.75)

- 1) Điểm A và M thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng a. (1)
Điểm A và N thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng a (2)

Từ (1) và (2) suy ra M và N thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ a, còn A thuộc nửa mặt phẳng đối bờ a.

Vậy, đường thẳng a cắt hai đoạn thẳng AM và AN (theo phương pháp 2 ở trên).



Hình 75

- 2) Gọi giao điểm của đường thẳng a với AM và AN lần lượt là E và F.

Vì F nằm giữa hai điểm A và N, nên tia MF nằm giữa hai tia MA và MN.

Vì E nằm giữa hai điểm A và M, nên tia NE nằm giữa hai tia NA và NM.

Ví dụ 2. Cho ba điểm M, N, P không thẳng hàng. Hãy vẽ đường thẳng a không đi qua các điểm M, N, P; nhưng đường thẳng a :

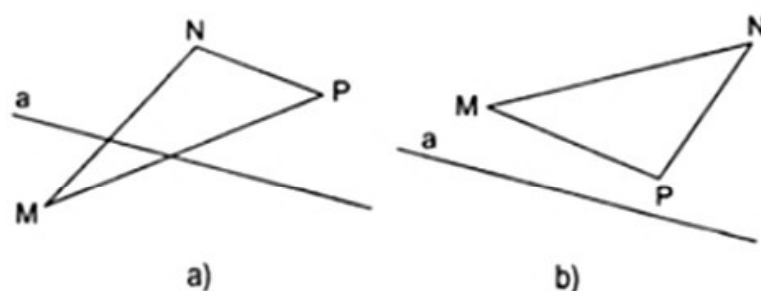
- 1) Cắt hai đoạn thẳng MN và MP.
- 2) Không cắt ba đoạn thẳng MN, MP và NP.

Giải

- 1) (H.76a)

- Đường thẳng a cắt đoạn thẳng MN thì M và N thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là đường thẳng a.
- Đường thẳng a cắt đoạn thẳng MP thì M và P thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là đường thẳng a.

Suy ra M thuộc nửa mặt phẳng này thì N và P thuộc nửa mặt phẳng kia của đường thẳng a.



Hình 76

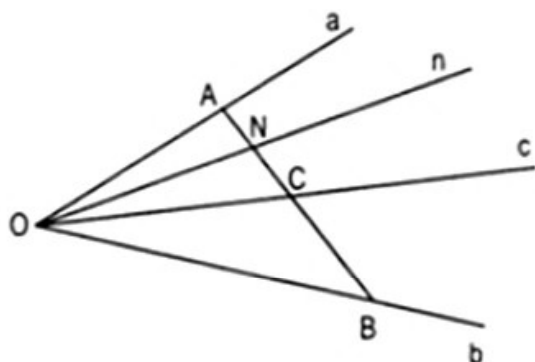
- 2) - Đường thẳng a không cắt đoạn thẳng MN. Vậy, M và N thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ a.
- Đường thẳng a không cắt đoạn thẳng MP. Vậy, M và P thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ a.

Suy ra cả ba điểm M, N, P thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng a. Từ đó suy ra cách kẻ đường thẳng a như hình 76b.

Ví dụ 3. Cho tia Oa và Ob (không đối nhau). Vẽ tia Oc nằm giữa hai tia Oa và Ob ; tia On nằm giữa hai tia Oa và Oc. Vậy, tia On nằm giữa hai tia nào ? Vì sao ?

Giải (H.77)

Lấy $A \in Oa$, $B \in Ob$ (A và B khác O). Nối AB, theo đầu bài Oc nằm giữa hai tia Oa và Ob. Vậy, AB cắt tia Oc tại C.



Hình 77

Tương tự, ta có AC cắt On tại N thì N nằm giữa A và C (1)

(vì tia On nằm giữa tia Oa và Oc)

C nằm giữa A và B (2)

(vì tia Oc nằm giữa tia Oa và Ob)

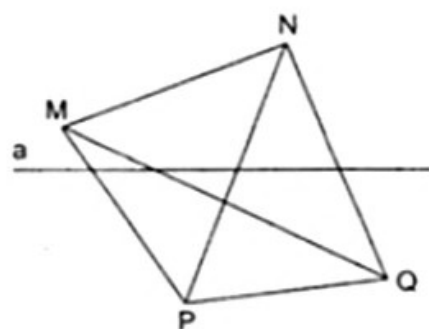
Từ (1) và (2) suy ra N nằm giữa A và B. Vậy, tia On nằm giữa hai tia Oa và Ob.

Ví dụ 4. Cho đường thẳng a và bốn điểm M, N, P, Q ; trong đó M và N thuộc cùng nửa mặt phẳng có bờ a, còn P và Q thuộc cùng nửa mặt phẳng đối.

- 1) Qua bốn điểm đó có bao nhiêu đoạn thẳng (nếu không có ba điểm nào thẳng hàng). Kể tên những đoạn thẳng đó.
- 2) Đường thẳng a không cắt đoạn thẳng nào ? Tại sao ?
- 3) Đường thẳng a cắt đoạn thẳng nào ? Tại sao ?

Giải (H.78)

1) Cứ qua hai điểm xác định được một đoạn thẳng (theo cách giải bài 56, Chương 1). Qua bốn điểm không có ba điểm nào thẳng hàng ta kẻ được : $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ (đoạn thẳng) là MN, MQ, MP, NP, NQ và PQ.



Hình 78

2) Trong 6 đoạn thẳng này, theo đầu bài đoạn nào có hai điểm đầu thuộc

cùng nửa mặt phẳng bờ a thì đường thẳng a không cắt nó, đó là đoạn thẳng MN và PQ . Vậy, đường thẳng a không cắt đoạn MN và PQ .

- 3) Đoạn thẳng nào có hai điểm đầu thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a thì đường thẳng a cắt nó, đó là các đoạn thẳng MQ , NP , MP , NQ . Vậy, đường thẳng a cắt các đoạn thẳng MQ , NP , MP và NQ .

III. Bài tập

1. Cho ba điểm E , F , P không thẳng hàng. Vẽ đường thẳng m không đi qua các điểm E , F , P nhưng cắt các đoạn thẳng EF và EP . Đường thẳng m có cắt đường thẳng FP không? Vì sao?
2. Cho hai tia Oa và Ob (không đối nhau). Vẽ tia Oc nằm giữa hai tia Oa và Ob ; tia Ox nằm giữa hai tia Oa và Oc ; tia Oy nằm giữa hai tia Oc và Ob . Hãy chứng tỏ tia Oc nằm giữa hai tia Ox và Oy .
3. Cho ba điểm A , B , C , trong đó điểm A nằm giữa hai điểm B và C . Điểm M nằm ngoài đường thẳng AB .
 - a) Trong các tia MA , MB , MC tia nào nằm giữa hai tia còn lại? Vì sao?
 - b) Tia AM nằm giữa hai tia nào? Hai tia đó có gì đặc biệt?
 - c) Vẽ điểm D sao cho điểm B nằm giữa hai điểm M và D . Hỏi đoạn thẳng CD có cắt tia MA không? Vì sao?
 - d) Tia CB nằm giữa hai tia nào? Vì sao?
4. Cho bốn điểm A , B , C , D không có ba điểm nào thẳng hàng; không có điểm nào nằm trên đường thẳng a . Biết rằng, điểm A thuộc nửa mặt phẳng bờ a ; còn ba điểm B , C , D thuộc cùng nửa mặt phẳng đối. Hỏi trong số các đoạn thẳng nối hai điểm (trong số bốn điểm A , B , C , D) thì:
 - a) Đường thẳng a cắt những đoạn thẳng nào?
 - b) Đường thẳng a không cắt những đoạn thẳng nào?
5. Cho đường thẳng a . Lấy năm điểm A , B , C , D , E không có ba điểm nào thẳng hàng; không có điểm nào thuộc đường thẳng a . Biết đường thẳng a cắt các đoạn thẳng AB , AC , AD , AE . Vậy, đường thẳng a không cắt những đoạn thẳng nào? Vì sao?
6. Một đường thẳng chia mặt phẳng thành hai miền. Hỏi:
 - a) Kẻ hai đường thẳng trên cùng một mặt phẳng thì nó chia mặt phẳng thành mấy miền? Vẽ hình.
 - b) Kẻ ba đường thẳng trên cùng một mặt phẳng thì nó chia mặt phẳng thành mấy miền? Vẽ hình.

Chủ đề 2

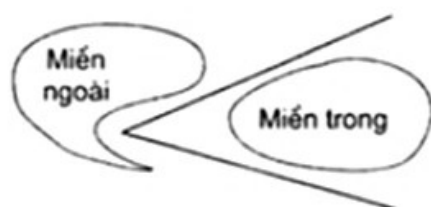
GÓC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Góc là hình tạo bởi hai tia chung gốc. Góc chung gọi là đỉnh của góc, hai tia gọi là cạnh của góc.
2. Kí hiệu (viết đỉnh ở giữa) : \widehat{xOy} , \widehat{ABC} ,...
3. Điểm nằm trong của góc (điều kiện hai cạnh của góc không phải là hai tia đối nhau) : Điểm M nằm trong \widehat{xOy} nếu tia OM nằm giữa hai tia Ox và Oy (cả tia OM cũng nằm trong góc đó).

4. Một góc chia mặt phẳng thành hai phần. Một phần được gọi là miền trong của góc, phần còn lại được gọi là miền ngoài của góc (H.79).

Nếu góc là góc bẹt thì một trong hai phần phần nào cũng được coi là miền trong của góc.



Hình 79

5. Dụng cụ để đo góc là thước đo góc, nó là một nửa hình tròn được chia thành 180 phần bằng nhau. Mỗi phần là 1 độ góc (kí hiệu : 1°).

Đơn vị đo góc là độ góc bằng $\frac{1}{180}$ của nửa hình tròn.

Đơn vị nhỏ hơn là : $1^\circ = 60'$ (phút) ;

$$1' \text{ (phút)} = 60'' \text{ (giây)}.$$

6. Khi so sánh hai góc bất kì có thể có những trường hợp sau :

– Chúng bằng nhau nếu số đo của chúng bằng nhau.

$$\text{Kí hiệu : } \widehat{xOy} = \widehat{x'Oy}'.$$

– Góc này lớn hơn (hay nhỏ hơn) góc kia nếu số đo của nó lớn hơn (hay nhỏ hơn) góc kia.

7. Các loại góc :

– Góc có số đo bằng 180° gọi là góc bẹt.

– Góc có số đo bằng 90° gọi là góc vuông.

- Góc có số đo nhỏ hơn 90° gọi là góc nhọn.
- Góc có số đo lớn hơn 90° , nhưng nhỏ hơn 180° gọi là góc tù.

8. Nếu có tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz, thì ta có :

$$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}.$$

Và ngược lại cũng đúng.

9. Hai góc kề nhau là hai góc có :

- Một cạnh chung ;
- Hai cạnh còn lại thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là cạnh chung.

10. Hai góc có tổng các số đo bằng 90° gọi là hai góc phụ nhau.

Hai góc có tổng bằng 90° và kề nhau gọi là hai góc kề phụ nhau.

11. Hai góc có tổng các số đo bằng 180° gọi là hai góc bù nhau.

Nếu hai góc kề nhau và có tổng bằng 180° thì gọi là hai góc kề bù nhau.

12. Số đo của mỗi góc là một số dương, chỉ xét các góc có số đo $\leq 180^\circ$.

13. Tia phân giác của một góc là tia nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau.

- Đường thẳng chứa tia phân giác gọi là đường phân giác.
- Mỗi góc đã cho có một đường phân giác duy nhất.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

Dạng 1

GÓC – PHÂN LOẠI GÓC – TÍNH SỐ ĐO GÓC

I. Phương pháp giải

1. Làm quen việc nhận biết các góc trong hình vẽ :

- Theo khái niệm, nếu có hai tia chung gốc thì tạo thành một góc có số đo nhỏ hơn hoặc bằng 180° .

- Qua đỉnh góc đó kẻ một tia thuộc miền trong của góc thì ba tia đó tạo thành ba góc. Tập chỉ ra các góc đó.
- Nhưng qua đỉnh góc đó kẻ hai tia thuộc miền trong của góc đó thì bốn tia đó tạo thành 6 góc. Tập chỉ ra các góc đó.

2. Làm quen việc sử dụng thước đo góc để đo độ lớn của góc (Độ lớn của góc chỉ phụ thuộc độ mở của hai cạnh, chứ không phụ thuộc độ dài của cạnh vì nó là hai tia nên dài vô tận).

II. Ví dụ

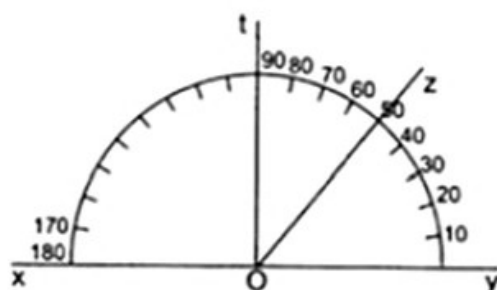
Ví dụ 1. Điền vào chỗ chấm (...) trong câu sau để được câu trả lời đúng.

Hình tạo bởi gọi là \widehat{xOy} , O gọi là của góc. Hai cạnh của góc là

Ví dụ 2. Trong hình 80 xét các góc xOy , xOt , xOz , zOy .

- 1) Viết tên các đỉnh, cạnh của mỗi góc đó.
- 2) Viết kí hiệu và số đo của mỗi góc.
- 3) Cho biết mỗi góc đó thuộc loại góc gì.

(Trả lời và ghi vào bảng theo mẫu sau)



Hình 80

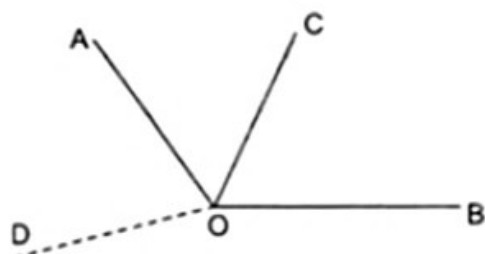
Tên góc	Tên đỉnh góc	Hai cạnh của góc	Kí hiệu	Số đo của góc	Loại góc
xOy					
xOt	O	Ox, Ot	\widehat{xOt}	90°	Vuông
xOz					
zOy					

Ví dụ 3. Vẽ góc AOB khác góc bẹt và kẻ :

- 1) Tia OC chia góc AOB thành hai góc.
- 2) Tia OD không chia góc AOB thành hai góc.

Giải (H.81)

- 1) Tia OC nằm giữa hai tia OA và OB, nên tia OC thuộc miền trong của góc và chia góc đó thành hai góc là \widehat{AOC} và \widehat{COB} (cách vẽ).
- 2) Tia OD thuộc miền ngoài của góc AOB (cách vẽ), nên tia OD không chia \widehat{AOB} thành hai góc.



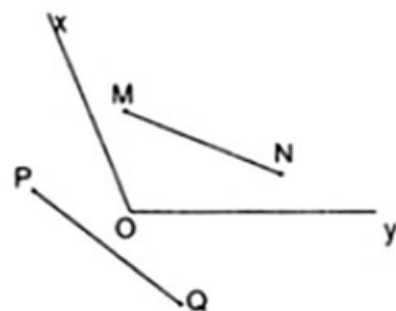
Hình 81

Ví dụ 4. Vẽ góc xOy khác góc bẹt, rồi lấy các điểm M, N, P, Q sao cho :

- Tất cả các điểm của đoạn MN nằm trong góc đó.
- Tất cả các điểm của đoạn thẳng PQ nằm ngoài góc đó.

Giải (H.82)

- Điểm M và N cùng thuộc miền trong của góc xOy, nên tất cả các điểm của đoạn thẳng MN đều nằm trong góc đó.
- Điểm P và Q cùng thuộc miền ngoài của góc xOy, nên tất cả các điểm thuộc đoạn PQ nằm ngoài góc xOy.

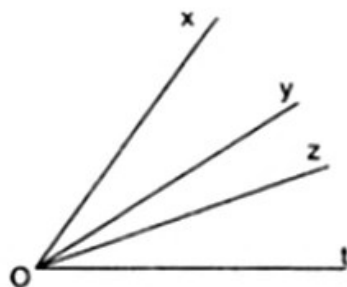


Hình 82

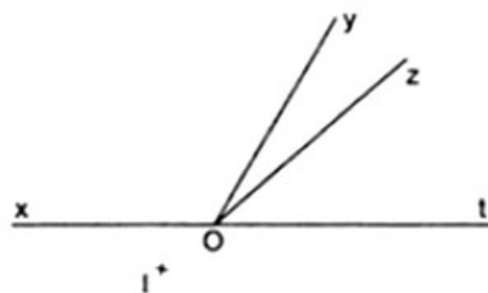
Ví dụ 5. Cho bốn tia chung gốc O là : Ox, Oy, Oz và Ot (H.83).

- 1) Hỏi có bao nhiêu góc trong hình 83, là những góc nào ?
- 2) Nếu có hai tia (trong số bốn tia) là hai tia đối nhau thì có bao nhiêu góc trong hình vẽ ? Là những góc nào ?

Giải



Hình 83

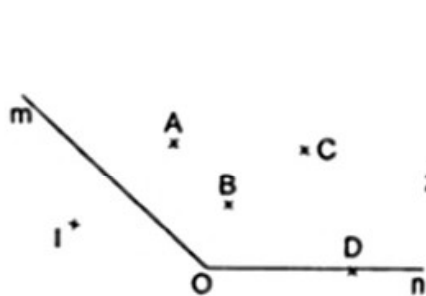


Hình 84

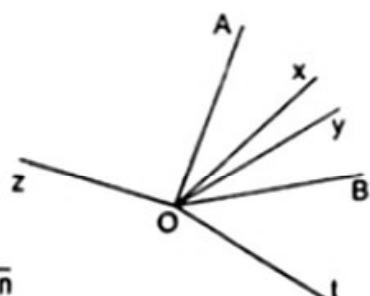
- 1) Trong hình 83 tất cả có 6 góc là : \widehat{xOy} , \widehat{xOz} , \widehat{xOt} , \widehat{yOz} , \widehat{yOt} , \widehat{zOt}
(Chú ý, để tránh thiếu ta lấy thứ tự từng tia làm mốc để chọn tiếp tia thứ hai để có một góc).
- 2) Nếu có hai tia đối nhau (chẳng hạn tia Ox và Ot như hình 84) thì vẫn có 6 góc như câu 1. Trong đó góc xOt có chứa hai tia Ox và Ot thẳng hàng, nên là góc bẹt. Do xt là đường thẳng, nên nó còn chia mặt phẳng thành góc bẹt thứ hai có chứa điểm I (H.84). Vậy, tất cả có 7 góc. Bạn đọc tự kể tên các góc đó.

III. Bài tập

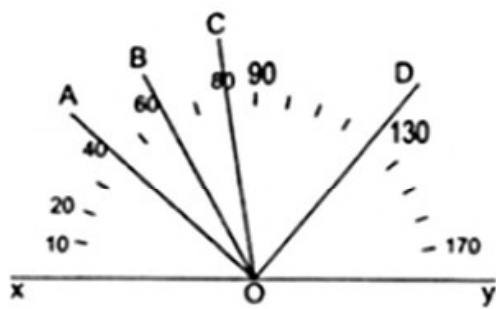
7. Vẽ ba tia Ox, Oy, Oz chung gốc O, trong đó không có hai tia nào đối nhau. Hãy kể tên tất cả các loại góc tạo bởi hai trong ba tia đó.
8. Có bao nhiêu góc khác góc bẹt được tạo thành bởi hai đường thẳng xy và x'y' cắt nhau tại I. Hãy kể tên các góc đó.
9. Trong hình 85 :
- Những điểm nào nằm trong góc mOn ?
 - Những điểm nào nằm ngoài góc mOn ?
10. Trong hình 86 :
- Những tia nào chia góc AOB thành hai góc ?
 - Những tia nào không chia góc AOB thành hai góc ?



Hình 85



Hình 86



Hình 87

11. Hình 87 biểu diễn các tia có chung gốc O :
- Tìm số đo các góc : xOA, xOB, AOB, BOC, xOD.
 - Gọi tên các góc có số đo bằng 20° . Gọi tên các góc có số đo bằng nhau.
 - Gọi tên các góc có một cạnh là tia OA. Tìm số đo của nó.

12. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

a) Dùng bút chì gạch chéo miền trong của \widehat{ABC} , \widehat{BAC} và \widehat{ACB} .

b) Dùng bút chì gạch chéo đậm phần miền trong chung của \widehat{ABC} , \widehat{BAC} và \widehat{ACB} . Phần đó là hình gì ?

13. Có thể xem kim giờ và kim phút của đồng hồ là hai tia chung gốc (gốc là tâm trục quay của kim). Ở mỗi thời điểm về thời gian thì hai kim tạo thành một góc. Tìm số đo hai kim tạo thành lúc : 1 giờ, 3 giờ, 4 giờ, 6 giờ, 12 giờ và 8 giờ.

14*. Cho 5 tia chung gốc (không có hai tia nào đối nhau), chúng tạo thành bao nhiêu góc trong hình vẽ ?

15*. Có ba đường thẳng đồng quy tại điểm O. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ ? Hãy kể tên các góc đó.

Dạng 2

CÁC PHÉP TÍNH VỀ GÓC

KHI NÀO THÌ $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$?

I. Phương pháp giải

1. Khi thực hiện các phép tính về góc, vì số đo góc là một số dương, nên các phép tính về góc được thực hiện như bốn phép tính thông thường. Nếu có số đo nhỏ hơn "độ" thì tính từng "độ" với "độ", "phút" với "phút", "giây" với "giây". Sau khi thực hiện xong phép tính ta thực hiện quy đổi lại nếu kết quả lớn hơn hay bằng "60 phút", "60 giây".

Ví dụ : a) $10^{\circ}25'27'' \times 3 = 30^{\circ}75'81'' = 31^{\circ}16'21''$.

b) $85^{\circ} - 30^{\circ}45' = 84^{\circ}60' - 30^{\circ}45' = 54^{\circ}15'$.

2. Muốn chứng tỏ một tia nằm giữa hai tia còn lại, hiện tại ta có 5 cách :

Cách 1 : Theo ý 3 phần phương pháp của chủ đề 1.

Cách 2 : Xét hai góc có tia chung (Ox), tiếp theo xét góc hợp bởi tia đó với tia thứ hai (Oy, Oz) thoả mãn hai điều kiện :

- Hai tia đó thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ có chứa tia Ox ;

- Nếu $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$ thì kết luận tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz.

Cách 3 : Nếu hai tia Oy và Oz thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ có chứa tia Ox mà :

- $\widehat{xOy} + \widehat{xOz} < 180^\circ$ thì tia Ox nằm giữa hai tia Oy và Oz.

- $\widehat{xOy} + \widehat{xOz} > 180^\circ$ thì tia đối của tia Ox (Ox') nằm giữa hai tia Oy và Oz.

Cách 4 : Sử dụng điều ngược lại của mệnh đề :

- Nếu tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz thì ta có :

$$\widehat{xOz} = \widehat{xOy} + \widehat{yOz}.$$

- Ngược lại, nếu có hai góc kề nhau, tia Oy chung mà $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$ thì kết luận tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz.

Cách 5 : Nếu chỉ ra được tia Oz đi qua một điểm (điểm M) nằm trong góc đó (\widehat{xOy}) thì kết luận tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy.

II. Ví dụ

Ví dụ 1. Cho tia OA nằm giữa hai tia OB và OC. Biết $\widehat{BOA} = 45^\circ$, $\widehat{AOC} = 31^\circ$.
Tính \widehat{BOC} .

Giải (H.88)

Ta có tia OA nằm giữa hai tia OB và OC
nên ta có

$$\widehat{BOA} + \widehat{AOC} = \widehat{BOC}.$$

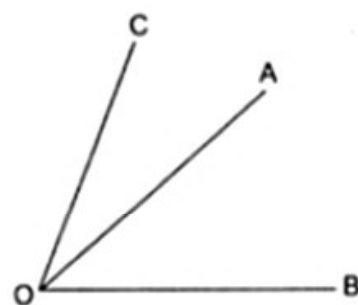
Thay số vào ta có

$$45^\circ + 31^\circ = \widehat{BOC}.$$

Vậy $\widehat{BOC} = 76^\circ$.

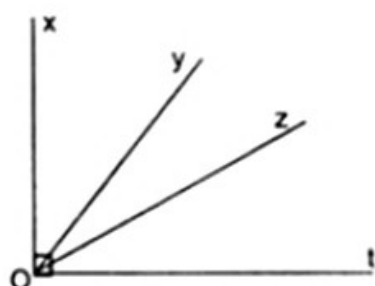
Ví dụ 2

- 1) Viết tên các cặp góc phụ nhau trong hình 89.
- 2) Viết tên các cặp góc bù nhau trong hình 90.

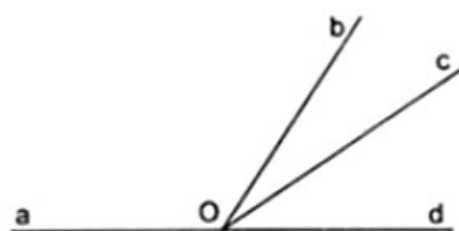


Hình 88

Giải



Hình 89



Hình 90

1) (H.89) \widehat{xOy} phụ với \widehat{yOt} vì $\widehat{xOy} + \widehat{yOt} = 90^\circ$.

\widehat{xOz} phụ với \widehat{zOt} vì $\widehat{xOz} + \widehat{zOt} = 90^\circ$.

2) \widehat{aOb} bù với \widehat{bOd} vì $\widehat{bOa} + \widehat{bOd} = 180^\circ$.

\widehat{aOc} bù với \widehat{cOd} vì $\widehat{aOc} + \widehat{cOd} = 180^\circ$.

Ví dụ 3. Cho $\widehat{xAy} = 35^\circ$ kề với $\widehat{yAz} = 65^\circ$ và \widehat{xAz} kề bù với \widehat{zAt} . Tính số đo của \widehat{zAt} .

Giải (H.91)

\widehat{xAy} kề với \widehat{yAz} , nên tia Ay nằm giữa hai tia Ax và Az (cách 4).

Ta có: $\widehat{xAy} + \widehat{yAz} = \widehat{xAz}$,

thay vào $35^\circ + 65^\circ = \widehat{xAz}$.

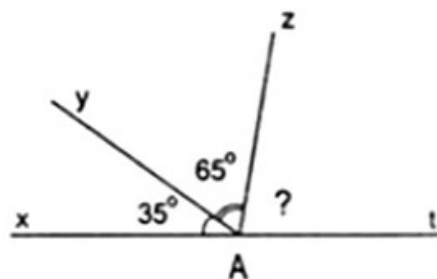
Vậy $\widehat{xAz} = 100^\circ$.

Góc \widehat{xAz} kề bù với \widehat{zAt} , nên tia Az nằm giữa và hai tia Ax và At đối nhau.

Ta có: $\widehat{xAz} + \widehat{zAt} = 180^\circ$ hay $100^\circ + \widehat{zAt} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{zAt} = 80^\circ$.

Vậy $\widehat{zAt} = 80^\circ$.

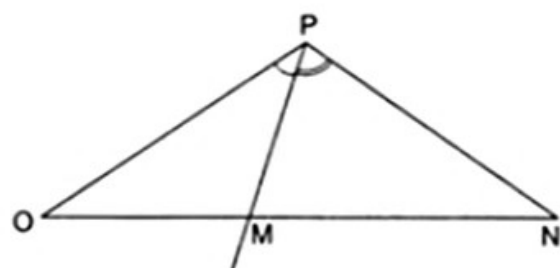
Ví dụ 4. Trên tia Ox lấy điểm M và N sao cho $OM = 3\text{cm}$, $ON = 7\text{cm}$. Điểm P ở ngoài đường thẳng chứa tia Ox. Vẽ các tia PO, PM và PN; biết góc $\widehat{NPO} = 120^\circ$, $\widehat{NPM} = 70^\circ$. Tính số đo của \widehat{MPO} .



Hình 91

Giải (H.92)

Do $OM < ON$ ($3\text{cm} < 7\text{cm}$), nên điểm M nằm giữa hai điểm O và N . Suy ra tia PM nằm giữa hai tia PO và PN (cách 1).



Hình 92

$$\text{Suy ra : } \widehat{NPM} + \widehat{MPO} = \widehat{NPO}$$

Thay số vào ta có :

$$70^\circ + \widehat{MPO} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{MPO} = 50^\circ.$$

$$\text{Vậy } \widehat{MPO} = 50^\circ.$$

Ví dụ 5. Cho góc xOy và góc yOz là hai góc kề bù nhau. Biết góc xOy lớn hơn góc yOz là 30° . Tìm số đo của mỗi góc.

Giải

Vì góc xOy và yOz là hai góc kề bù nhau, nên tia chung Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz . Ta có :

$$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz} \text{ hay } \widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ. \quad (1)$$

Theo đầu bài thì :

$$\widehat{xOy} = \widehat{yOz} + 30^\circ. \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) có :

$$(\widehat{yOz} + 30^\circ) + \widehat{yOz} = 180^\circ.$$

$$\Rightarrow 2\widehat{yOz} = 150^\circ \Rightarrow \widehat{yOz} = 75^\circ \quad (3)$$

Thay $\widehat{yOz} = 75^\circ$ vào (2) có :

$$\widehat{xOy} = 75^\circ + 30^\circ = 105^\circ.$$

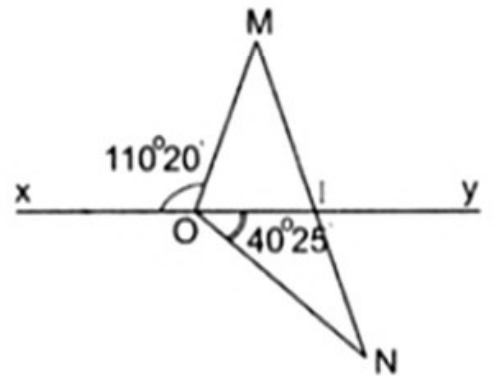
$$\text{Vậy } \widehat{xOy} = 105^\circ \text{ và } \widehat{yOz} = 75^\circ.$$

III. Bài tập

16. Biết tia OA nằm giữa hai tia OB và OC ; $\widehat{BOA} = 40^\circ$; $\widehat{AOC} = 32^\circ$. Tính số đo của \widehat{BOC} .

17. Vẽ hai góc kề bù nhau \widehat{xOy} và \widehat{yOz} sao cho góc $\widehat{xOy} = 110^\circ$. Tính số đo của \widehat{yOz} .
18. Vẽ góc $\widehat{MON} = 120^\circ$, vẽ tia OP nằm giữa hai tia OM và ON sao cho số đo \widehat{MOP} lớn hơn số đo \widehat{PON} là 30° . Tính số đo của \widehat{MOP} và \widehat{PON} .
19. Trên đường thẳng a lấy các điểm M, N, P, Q sao cho điểm P nằm giữa hai điểm M và Q ; điểm N nằm giữa hai điểm M và P. Từ điểm O ở ngoài đường thẳng a kẻ các tia OM, ON, OP, OQ. Biết $\widehat{MON} = 20^\circ$, $\widehat{NOP} = 30^\circ$ và $\widehat{MOQ} = 80^\circ$. Tính số đo của \widehat{MOP} và \widehat{POQ} .

20. Trong hình 93, biết tia Ox và tia Oy là hai tia đối nhau. Đoạn thẳng MN cắt tia Oy tại I. Biết số đo các góc $\widehat{xOM} = 110^\circ 20'$, $\widehat{NOy} = 40^\circ 25'$. Tính số đo của \widehat{xON} , \widehat{MOy} và \widehat{MON} .



Hình 93

21. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Điểm M nằm trong các góc BAC, ABC và ACB. Đường thẳng AM cắt BC tại D ; đường thẳng BM cắt AC tại E ; đường thẳng CM cắt AB tại F.
- a) Điểm D thuộc miền trong của những góc nào trong hình vẽ.
- b) Tìm trong hình vẽ những cặp góc kề mà bù nhau có đỉnh là M.
22. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ có chứa tia OA kẻ hai tia OB và OC sao cho $\widehat{BOA} = 135^\circ$, $\widehat{COA} = 55^\circ$. Tính số đo của \widehat{BOC} .
23. Cho $\widehat{aOb} = 100^\circ$. Vẽ tia Oc sao cho $\widehat{bOc} = 30^\circ$.
- a) Có mấy cách vẽ hình ?
- b) Tính số đo của \widehat{aOc} trong từng cách vẽ.
24. Cho $\widehat{AOB} = 109^\circ$. Vẽ tia OC nằm giữa hai tia OA và OB sao cho $\widehat{BOC} = 3\widehat{COA}$. Tính số đo của \widehat{COA} và \widehat{BOC} .
- 25*. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ có chứa tia Oy vẽ tia Ox thuộc nửa mặt phẳng này thì tia Oz thuộc nửa mặt phẳng kia, sao cho $\widehat{yOz} = 120^\circ$ và $\widehat{yOz} = 105^\circ$. Tính số đo của \widehat{xOz} .

Dạng 3

VẼ MỘT GÓC KHI BIẾT SỐ ĐO

I. Phương pháp giải

1. Đây là các bài tập thực hành, nên cần nắm chắc cấu tạo và cách sử dụng thước đo góc ; các bước để vẽ một góc khi biết số đo.
2. Sử dụng kiến thức đã học để tính các góc còn lại chưa biết trong hình vẽ.
3. Có thể sử dụng dụng cụ để vẽ chính xác, hoặc các phương pháp gấp (tương đối chính xác) để vẽ nhanh.

II. Ví dụ

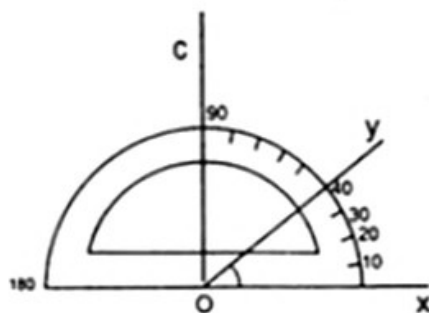
Ví dụ 1. Vẽ góc xOy có số đo bằng 40° .

Giải (H.94)

Cách vẽ :

Bước 1 : Kẻ tia Ox bất kì, rồi đặt thước đo góc sao cho tâm thước trùng điểm O , cạnh thước trùng tia Ox (đi qua vạch số 0 của thước).

Bước 2 : Đánh dấu vạch 40° của thước trên trang giấy, rồi dùng thước kẻ tia Oy qua điểm đánh dấu trên ta được $\widehat{xOy} = 40^\circ$.



Hình 94

Ví dụ 2

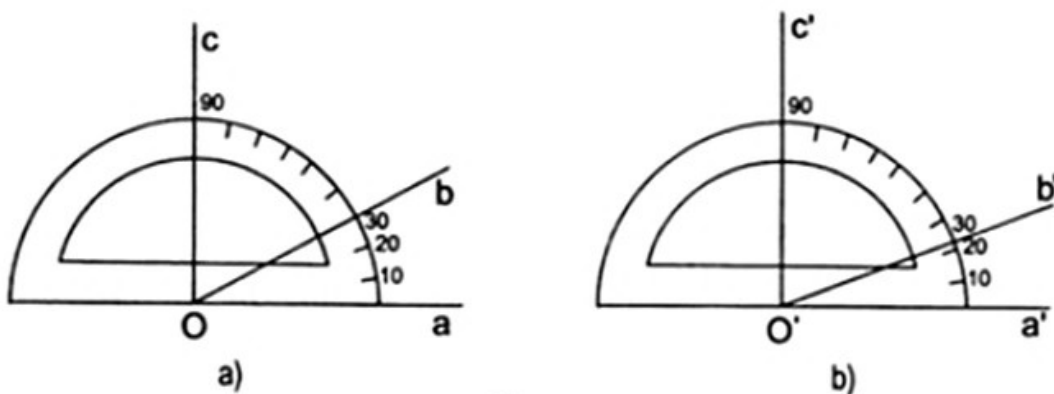
- 1) Vẽ và tính số đo của góc kề và phụ với các góc có số đo bằng :
 - a) 30° ;
 - b) $20^\circ 30'$.
- 2) Vẽ và tính số đo của các góc kề và bù với các góc có số đo bằng :
 - a) 30° ;
 - b) $20^\circ 30'$.

Giải

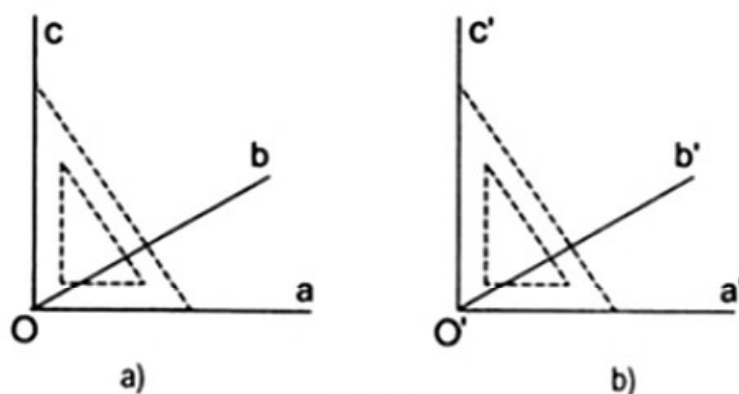
1) Cách vẽ :

- Trước hết vẽ $\widehat{aOb} = 30^\circ$ và $\widehat{a'O'b'} = 20^\circ 30'$ theo các bước ở ví dụ 1.
- Sau khi vẽ được $\widehat{aOb} = 30^\circ$ và $\widehat{a'O'b'} = 20^\circ 30'$:
 - + Kẻ tia Oc hợp với tia Oa góc 90° ; tia O'c' hợp với tia O'a' góc 90° (vì hai góc phụ nhau có tổng là 90°) bằng cách đánh dấu vạch 90° của thước rồi kẻ tia thứ ba qua vạch đó (H.95).
 - + Hoặc dùng ê ke đặt đỉnh ê ke trùng đỉnh của góc (O, O'), một cạnh trùng tia (Oa, O'a'), rồi dùng bút kẻ theo cạnh thứ hai của góc vuông ê ke, ta được tia thứ hai của góc (Oc, O'c').

(Hình 95a, b dùng thước đo độ ; hình 96a, b dùng ê ke).



Hình 95



Hình 96

Cách tính :

Do $\widehat{aOb} < \widehat{aOc}$ ($30^\circ < 90^\circ$), suy ra tia Ob nằm giữa hai tia Oa và Oc, ta có : $\widehat{aOb} + \widehat{bOc} = \widehat{aOc}$.

Thay số vào ta có : $30^\circ + \widehat{bOc} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{bOc} = 60^\circ$.

Tính tương tự, ta có $\widehat{b'O'c'}$ phụ với $\widehat{a'O'b'} = 20^{\circ}30'$, tức là $\widehat{b'O'c'} = 90^{\circ} - 20^{\circ}30' = 89^{\circ}60' - 20^{\circ}30' = 69^{\circ}30'$.

2) (H.97)

– Vẽ $\widehat{xOy} = 30^{\circ}$ và $\widehat{x'O'y'} = 20^{\circ}30'$ theo các bước của ví dụ 1.

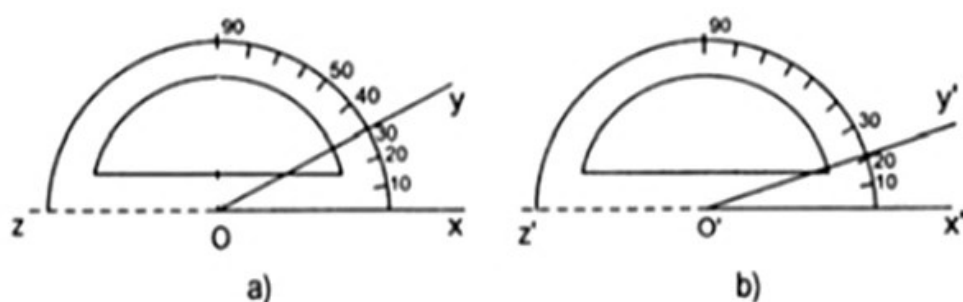
Sau khi vẽ được $\widehat{xOy} = 30^{\circ}$ ta vẽ tia đối của tia Ox (chẳng hạn tia Oz), ta được \widehat{yOz} là góc kề bù với \widehat{xOy} .

Do hai góc \widehat{xOy} và \widehat{yOz} là hai góc kề bù nhau, nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz.

Ta có : $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$.

Thay số ta có : $30^{\circ} + \widehat{yOz} = 180^{\circ}$.

Vậy $\widehat{yOz} = 150^{\circ}$.



Hình 97

– Tương tự như trên, vẽ $\widehat{y'O'z'}$ kề bù với $\widehat{x'O'y'}$, ta có :

$$\widehat{x'O'y'} + \widehat{y'O'z'} = 180^{\circ} \Rightarrow 20^{\circ}30' + \widehat{y'O'z'} = 180^{\circ}$$

$$\Rightarrow \widehat{y'O'z'} = 180^{\circ} - 20^{\circ}30' = 179^{\circ}60' - 20^{\circ}30' = 159^{\circ}30'.$$

Vậy $\widehat{y'O'z'} = 159^{\circ}30'$.

Ví dụ 3. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ có chứa tia OA vẽ hai tia OB và OC sao cho $\widehat{BOA} = 125^{\circ}$, $\widehat{COA} = 50^{\circ}$. Tính số đo của \widehat{COA} .

Giải

– Vẽ góc $\widehat{AOB} = 125^{\circ}$, $\widehat{AOC} = 50^{\circ}$ (thực hiện các bước như ví dụ 1, cả hai góc có tia OA chung) (H.98).

– Cách tính : Vì $\widehat{AOC} < \widehat{AOB}$ ($50^\circ < 125^\circ$) và cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ có chứa tia OA.

Vậy, tia OC nằm giữa hai tia OA và OB. Ta có :

$$\widehat{AOC} + \widehat{COB} = \widehat{AOB}$$

Thay số vào ta có : $50^\circ + \widehat{COB} = 125^\circ$, suy ra $\widehat{COB} = 125^\circ - 50^\circ = 75^\circ$.

Ví dụ 4. Cho tia OA, vẽ hai tia OB và OC sao cho $\widehat{BOA} = 125^\circ$ và góc $\widehat{COA} = 50^\circ$. Tính số đo của \widehat{BOC} .

Giải

Ở đây cho tia OA và cho vẽ hai tia OB và OC tùy ý, nên khi vẽ hai tia đó xảy ra hai trường hợp :

- Trường hợp 1 : Cả hai tia OB và OC thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ có chứa tia OA. Kết quả vẽ và cách tính như ví dụ 3 (H.98) và góc $\widehat{BOC} = 75^\circ$.
- Trường hợp 2 : Hai tia OB và OC thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ có chứa tia OA. Vẽ tia OB thuộc nửa mặt phẳng thứ I ta được duy nhất một tia OB để $\widehat{AOB} = 125^\circ$.

Vẽ tia OC thuộc nửa mặt phẳng đối (nửa mặt phẳng thứ II) bờ có chứa tia

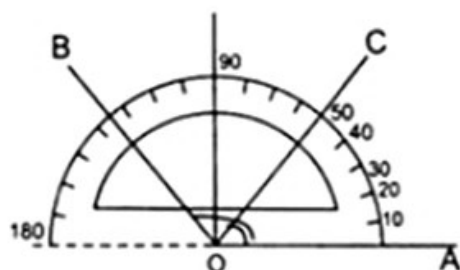
OA, ta được duy nhất một tia OC để $\widehat{AOC} = 50^\circ$ (H.99).

Cách tính : Do hai tia OB và OC thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ có chứa tia OA. Vậy, tia OA nằm giữa hai tia OB và OC. Ta có :

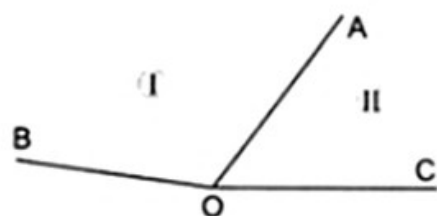
$$\widehat{BOA} + \widehat{AOC} = \widehat{BOC} \text{ hay } 125^\circ + 50^\circ = \widehat{BOC}$$

Vậy $\widehat{BOC} = 175^\circ$.

(Nếu vẽ tia OB và OC theo hai nửa mặt phẳng ngược lại thì kết quả vẽ và tính vẫn không đổi).



Hình 98



Hình 99

Ví dụ 5.

- 1) Vẽ một góc vuông trên trang giấy.
- 2) Vẽ một góc 45° trên trang giấy.

Giải

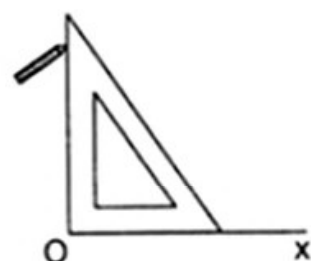
1) Vẽ một góc có số đo 90° (một vuông) trên trang giấy :

- Cách 1 : Dùng thước đo góc vẽ theo các bước của ví dụ 1.
- Cách 2 : Dùng ê ke để vẽ (H.100) :

Bước 1 : Kẻ tia Ox trên trang giấy.

Bước 2 : Đặt và chỉnh ê ke sao cho đỉnh vuông của ê ke trùng góc O của tia Ox, một cạnh của ê ke trùng với tia Ox.

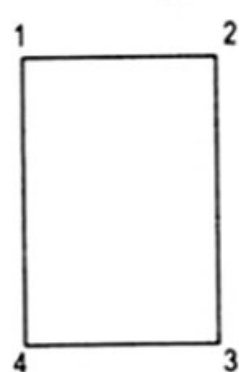
Bước 3 : Dùng bút kẻ đường thẳng theo cạnh thứ hai của góc vuông ê ke, ta được tia Oy.



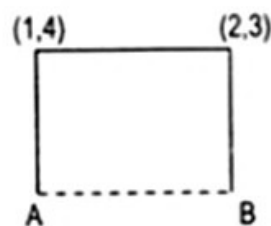
Hình 100

Vẽ theo hai cách trên đảm bảo chính xác, nhưng đôi khi trong đời sống khi cần góc vuông, mà không có dụng cụ vẽ ta có thể sử dụng cách vẽ sau:

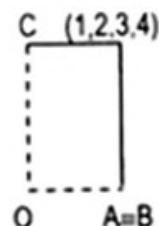
- Cách 3 : Gấp tờ giấy 4 đỉnh như hình 101a (hai lần gấp). Cách này yêu cầu trang giấy vuông vắn, dễ gấp, gấp hai lần theo hình 101b và c.
 - + Gấp lần thứ I : Cho đỉnh 4 trùng đỉnh 1, đỉnh 3 trùng đỉnh 2, tờ giấy được gấp đôi và ta vuốt theo nếp gấp AB (H.101b).
 - + Gấp lần thứ II : Cho đỉnh (1, 4) đến trùng đỉnh (2, 3) và đỉnh A đến trùng đỉnh B. Tờ giấy được gấp làm 4 phần, vuốt theo nếp gấp OC (H.101c).



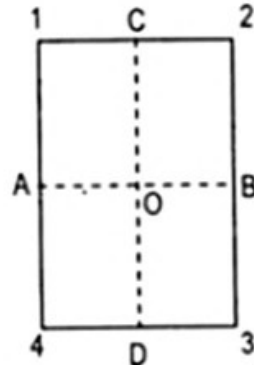
a)



b)



c)



d)

Hình 101

Giờ trang giấy trở lại như cũ, ta có hai nếp gấp theo đường AB và CD vuông góc với nhau tại O (H.101d).

2) Vẽ góc 45° :

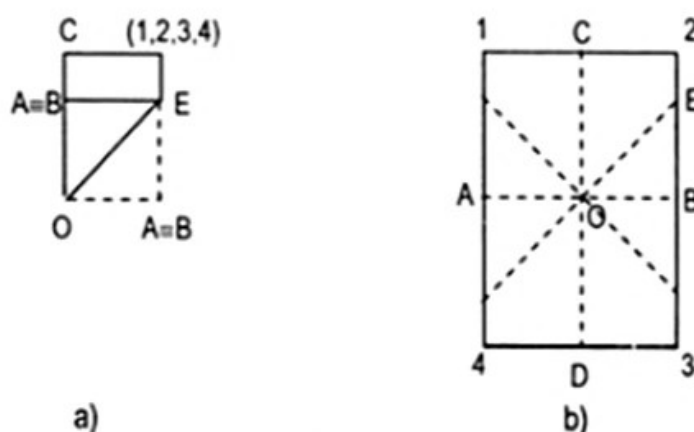
– Cách 1 : Dùng thước đo góc vẽ theo hai bước ở ví dụ 1, đánh dấu ở vạch 45° của thước lên giấy.

– Cách 2 : Gấp trang giấy.

+ Gấp lần 1, gấp lần 2 theo cách gấp (câu 1 – ví dụ 5), sau khi gấp lần 2 ta được kết quả như hình 101c.

+ Gấp tiếp lần 3 : Sử dụng tờ giấy được gấp làm 4 ở hình 101c, cố định đỉnh O, gấp tia OA cho trùng tia OC, ta được kết quả như hình 102a.

Giờ trang giấy trở lại như cũ, ta có 4 đường nếp gấp. Tại O có 8 góc 45° kề với nhau (H.102b).



Hình 102

Ta cũng có thể gấp 1 lần bằng cách : Tờ giấy 4 đỉnh 1, 2, 3, 4. Tại đỉnh 4 ta cố định và gấp tia 43 cho trùng lên 41 (hai tia chung gốc 4 và trùng nhau). Nếp giấy đó chia góc vuông 143 thành 2 góc có số đo bằng 45° .

III. Bài tập

26. a) Cho $\widehat{xOy} = 37^\circ 30'$. Tìm số đo góc phụ với nó, nêu cách vẽ góc đó.

b) Cho $\widehat{aOb} = 125^\circ$. Tìm số đo góc bù với nó, nêu cách vẽ góc đó.

27. Dùng thước đo góc và thước thẳng vẽ hình theo thứ tự sau :

– Kẻ đường thẳng xy, trên xy đặt ba điểm A, B, C theo thứ tự đó ;

– Dùng thước đo góc vẽ các góc : $\widehat{ABC} = 130^\circ$, $\widehat{CBE} = 130^\circ$.

(Vẽ cả hai góc thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ xy).

28. Cho góc bẹt \widehat{xOy} và tia Om sao cho góc $\widehat{xOm} = 110^\circ$. Vẽ tia On. Hỏi số đo góc xOn bằng bao nhiêu để tia Om nằm giữa hai tia Oy và On ?
29. Trên mặt phẳng cho tia Ax. Vẽ tia Ay sao cho góc $\widehat{xAy} = 60^\circ$. Hỏi vẽ được mấy tia Ay theo yêu cầu trên ? Nêu cách vẽ.
30. Cho góc \widehat{xOy} và hai tia OM và ON nằm trong góc đó sao cho

$$\widehat{xOM} + \widehat{yON} < \widehat{xOy}.$$

- a) Trong ba tia OM, ON và Ox, tia nào nằm giữa hai tia còn lại ? Vì sao ?
- b) Nếu góc $\widehat{xOM} = 40^\circ$, $\widehat{yON} = 60^\circ$ và $\widehat{NOM} = 30^\circ$. Tính số đo của \widehat{xOy} ?

Dạng 4

TIA PHÂN GIÁC

I. Phương pháp giải

1. Muốn chứng tỏ một tia nào đó (chẳng hạn tia Oz) là tia phân giác của một góc (chẳng hạn góc xOy) ta phải chứng tỏ nó thoả mãn hai điều kiện :

– Tia Oz nằm giữa hai tia Oy và Ox ;

– $\widehat{xOz} = \widehat{zOy}$ (hoặc một trong hai góc \widehat{xOz} , $\widehat{zOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$).

2. Vẽ tia phân giác của một góc cho trước :

– Nếu góc đã cho biết số đo (chẳng hạn vẽ tia phân giác của góc $\widehat{xOy} = \alpha^\circ$). Gọi Oz là tia phân giác của \widehat{xOy} . Ta có số đo của $\widehat{xOz} = \frac{\alpha^\circ}{2}$. Dùng thước đo góc vẽ góc $\widehat{xOz} = \frac{\alpha^\circ}{2}$, trong đó tia Ox đã

biết (vẽ theo các bước của ví dụ 1 – Dạng 3).

– Nếu góc đã cho là góc bất kì, không biết số đo, ta tiến hành theo hai cách sau :

Cách 1 : Dùng thước đo góc để đo góc đó, biết số đo, ta tiến hành theo thứ tự các bước ở trên.

Cách 2 : Gấp trang giấy (nếu là giấy trắng) : Cho cố định đỉnh O và gấp trang giấy sao cho tia Ox trùng với tia Oy, thì nếp gấp chính là tia phân giác của góc đó.

II. Ví dụ

Ví dụ 1. Cho góc $\widehat{xOy} = 126^\circ$. Vẽ tia phân giác của góc đó.

Giải

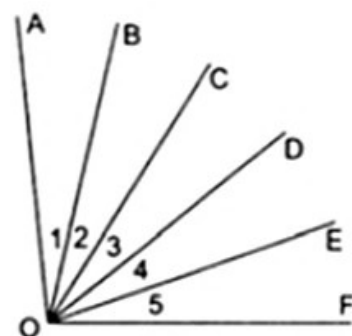
Gọi tia phân giác đó là Oz, ta có

$$\widehat{xOz} = \frac{126^\circ}{2} = 63^\circ.$$

Vẽ tia Oz hợp với tia Ox đã biết một góc $\widehat{xOz} = 63^\circ$ sao cho tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy. Vẽ góc $\widehat{xOz} = 63^\circ$ theo các bước của ví dụ 1 – Dạng 3.

Ví dụ 2. Trên hình 103 các góc biểu thị bởi các số 1, 2, 3, 4, 5 là các góc có số đo bằng nhau. Hãy chỉ ra :

- 1) Tia phân giác của \widehat{AOC} , \widehat{BOF} và \widehat{AOE} .
- 2) Chỉ ra tất cả các góc nhận tia Oc làm tia phân giác.



Hình 103

Giải

- 1) – Vì $\widehat{AOB} = \widehat{BOC}$ và tia OB nằm giữa hai tia OA và OC, nên OB là tia phân giác của góc \widehat{AOC} .

– Theo đầu bài : $\widehat{BOC} = \widehat{COD} = \widehat{DOE} = \widehat{EOF}$.

Vậy, $\widehat{BOC} + \widehat{COD} = \widehat{DOE} + \widehat{EOF} \Rightarrow \widehat{BOD} = \widehat{DOF}$.

Mà tia OD nằm giữa hai tia OB và OF (theo hình vẽ). Vậy OD là tia phân giác của góc \widehat{BOF} .

– Tương tự : $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \widehat{DOE}$ (theo đầu bài)

$\Rightarrow \widehat{AOB} + \widehat{BOC} = \widehat{COD} + \widehat{DOE} \Rightarrow \widehat{AOC} = \widehat{COE}$.

Mà tia OC nằm giữa hai tia OA và OE (theo hình vẽ). Vậy tia OC là tia phân giác của góc \widehat{AOE} .

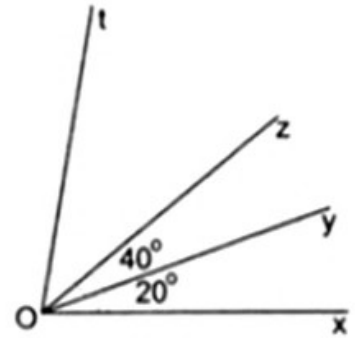
- 2) Các góc nhận tia Oc làm tia phân giác là : \widehat{BOD} , \widehat{AOE} .

Ví dụ 3. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ có chứa tia Ox, vẽ các tia Oy, Oz và Ot sao cho $\widehat{xOy} = 20^\circ$, $\widehat{xOz} = 40^\circ$ và $\widehat{xOt} = 80^\circ$. Hãy chỉ ra tia Oy và Oz là tia phân giác của góc nào.

Giải (H.104)

- Tia Oy và Oz thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ có chứa tia Ox.

Mà $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$ ($20^\circ < 40^\circ$), suy ra tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz. Theo đầu bài suy ra $\widehat{xOy} = 20^\circ = \frac{\widehat{xOz}}{2}$.



Hình 104

Vậy, tia Oy là tia phân giác của \widehat{xOz} .

- Tương tự, Oz và Ot là hai tia thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ có chứa tia Ox và $\widehat{xOz} < \widehat{xOt}$ ($40^\circ < 80^\circ$). Vậy, tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Ot.

Theo đầu bài suy ra $\widehat{xOz} = 40^\circ = \frac{\widehat{xOt}}{2}$. Vậy tia Oz là tia phân giác của góc \widehat{xOt} .

Ví dụ 4. Cho tia Ob và Oc cùng nằm trên nửa mặt phẳng bờ có chứa tia Oa sao cho $\widehat{aOb} = 40^\circ$, $\widehat{aOc} = 150^\circ$. Kẻ tia OE và OF là hai tia phân giác của \widehat{bOc} và \widehat{aOb} .

- 1) Tính số đo của góc EOF.
- 2) Chứng tỏ số đo của góc EOF không phụ thuộc vào vị trí của tia Ob.

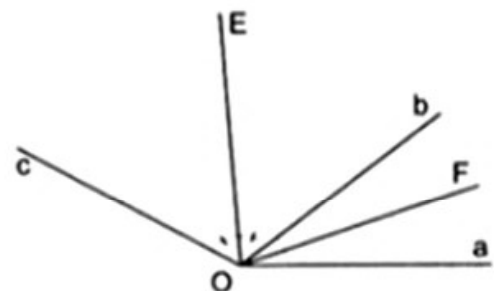
Giải (H.105)

- 1) Tia Ob và Oc thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ có chứa tia Oa.

Mà $\widehat{aOb} < \widehat{aOc}$ ($40^\circ < 150^\circ$) nên tia Ob nằm giữa hai tia Oa và Oc.

$$\text{Ta có: } \widehat{aOb} + \widehat{bOc} = \widehat{aOc} \Rightarrow 40^\circ + \widehat{bOc} = 150^\circ \Rightarrow \widehat{bOc} = 110^\circ \quad (1)$$

OE là tia phân giác của góc \widehat{bOc} nên ta có :



Hình 105

$$\widehat{EOc} = \widehat{bOE} = \frac{\widehat{bOc}}{2} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ. \quad (2)$$

OF là tia phân giác của góc \widehat{aOb} nên ta có :

$$\widehat{aOF} = \widehat{FOb} = \frac{\widehat{aOb}}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ. \quad (3)$$

Đến đây ta phải chứng tỏ tia Ob nằm giữa hai tia phân giác OE và OF (bằng một trong hai cách ở ví dụ 5 sau), suy ra :

$$\widehat{EOF} = \widehat{EOb} + \widehat{bOF} = 55^\circ + 20^\circ = 75^\circ \quad (4)$$

$$(\widehat{EOF} = \frac{\widehat{aOc}}{2} = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ).$$

2) Ta giải ví dụ trên với dữ kiện tổng quát : Trong câu 1, nếu cho $\widehat{aOc} = \alpha^\circ$ (thay cho 150°) ($0^\circ < \alpha^\circ < 180^\circ$) và $\widehat{aOb} = \beta^\circ$ (thay cho 40°)

($0 < \beta^\circ < \alpha^\circ$). Ta chứng tỏ $\widehat{EOF} = \frac{\alpha^\circ}{2}$.

Thật vậy, theo các bước ở câu 1 ta có :

- Theo (1) của câu 1 ta có :

$$\widehat{bOc} = \widehat{aOc} - \widehat{aOb} = \alpha^\circ - \beta^\circ.$$

- Theo (2) của câu 1 ta có :

$$\widehat{EOb} = \frac{\alpha^\circ - \beta^\circ}{2} \quad (55^\circ).$$

- Theo (3) của câu 1 ta có :

$$\widehat{bOF} = \frac{\beta^\circ}{2} \quad (20^\circ).$$

- Theo (4) của câu 1 ta có :

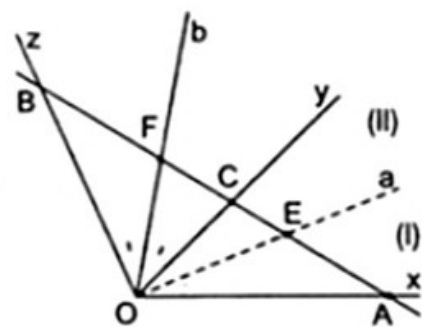
$$\begin{aligned} \widehat{EOF} &= \widehat{EOb} + \widehat{bOF} \\ \Rightarrow \widehat{EOF} &= \frac{\alpha^\circ - \beta^\circ}{2} + \frac{\beta^\circ}{2} = \frac{\alpha^\circ}{2}. \end{aligned}$$

Điều này chứng tỏ độ lớn của $\widehat{EOF} = \frac{\alpha^\circ}{2}$ chỉ phụ thuộc vào α° (độ lớn của \widehat{aOc}), không phụ thuộc vào β° (độ lớn của góc \widehat{aOb}). Nên độ lớn của \widehat{aOb} thay đổi thì độ của \widehat{EOF} cũng không thay đổi. Mà \widehat{aOb} có tia Oa cố định, nên tia Ob có thể thay đổi tùy ý thoả mãn điều kiện $0^\circ < \beta^\circ < \alpha^\circ$ thì độ lớn góc \widehat{EOF} luôn luôn bằng $\frac{\alpha^\circ}{2}$.

Ví dụ 5. Cho góc xOy và yOz là hai góc kề nhau. Kẻ hai tia Oa và Ob là các tia phân giác của hai góc \widehat{xOy} và \widehat{yOz} . Hãy chứng tỏ tia Oy nằm giữa hai tia Oa và Ob .

Giải

- *Cách 1* (Theo cách 1, ý 2 phần phương pháp của dạng 2 – chủ đề 2) (H.106) :
Lấy $A \in Ox$, $B \in Oz$. Nối AB (cách này sử dụng khi $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} < 180^\circ$), do \widehat{xOy} và \widehat{yOz} là hai góc kề nhau, nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz . Suy ra AB phải cắt Oy (tại C).



Hình 106

Do hai góc \widehat{xOy} và \widehat{yOz} thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ có chứa tia Oy , nên tia CA và CB là hai tia đối nhau (1)

Xét \widehat{xOy} có Oa là tia phân giác, nên tia Oa nằm giữa hai tia Ox và Oy , vậy CA phải cắt Oa (tại E). Tương tự xét góc \widehat{yOz} , tia Ob cắt CB tại F , E và F thuộc hai tia CA và CB (là hai tia đối nhau gốc C).

Vậy, điểm C nằm giữa hai điểm E và F , suy ra Oy (qua C) nằm giữa hai tia Oa (qua E) và tia Ob (qua F).

- *Cách 2* (Theo cách 3, ý 2 phần phương pháp của dạng 2 – chủ đề 2) :

Do \widehat{xOy} và \widehat{yOz} là hai góc kề nhau, nên miền trong của hai góc đó thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ có chứa tia Oy .

+ Nếu \widehat{xOy} thuộc nửa mặt phẳng I, Oa là tia phân giác của \widehat{xOy} , nên Oa thuộc miền trong của \widehat{xOy} . Vậy Oa thuộc nửa mặt phẳng thứ I.

+ Tương tự, \widehat{yOz} thuộc nửa mặt phẳng thứ II, suy ra Ob cũng thuộc nửa mặt phẳng thứ II.

Ba tia Oa , Oy , Ob có chung gốc O . Mà Oa và Ob thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ có chứa tia Oy , nên tia Oy nằm giữa hai tia Oa và Ob .

III. Bài tập

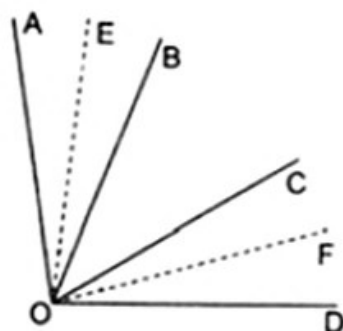
31. Tia OP là tia phân giác của góc mOn có thể chổng khít lên nhau không?

a) \widehat{mOP} và \widehat{nOP} ?

b) \widehat{mOP} và \widehat{mOn} ?

32. Hình 107 có \widehat{AOD} vuông.

Biết $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD}$, tia OE và OF là hai tia phân giác của \widehat{AOB} và \widehat{COD} . Tính số đo của \widehat{EOF} .



Hình 107

33. Cho hai góc kề bù nhau là \widehat{xOy} và \widehat{yOz} . Biết số đo của $\widehat{yOz} = 50^\circ$. Ot là tia phân giác của \widehat{xOy} .

Tính số đo của \widehat{tOz} .

34. Cho \widehat{xOy} kề bù với \widehat{yOz} . Kẻ hai tia Oa và Ob là hai tia phân giác của hai góc \widehat{xOy} và \widehat{yOz} . Tính số đo của \widehat{aOb} nếu biết số đo của $\widehat{xOy} = 130^\circ$.

35. Cũng như bài 28, nhưng $\widehat{xOy} = \alpha^\circ$ ($0^\circ < \alpha^\circ < 180^\circ$).

a) Tính số đo của \widehat{aOb} .

b) Nêu nhận xét và rút ra kết luận về góc hợp bởi hai tia phân giác của hai góc kề bù nhau?

36. Hai góc \widehat{xOy} và \widehat{yOz} là hai góc kề bù nhau. Trong đó $\widehat{yOz} = 30^\circ$. Trên nửa mặt phẳng bờ là xz có chứa tia Oy kẻ tia On . Giả sử $\widehat{xOn} = \alpha^\circ$. Tìm giá trị của α° để tia Oy là tia phân giác của \widehat{xOz} .

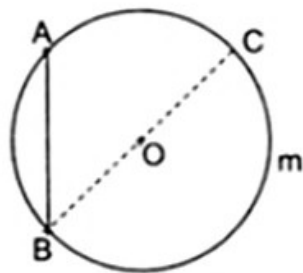
- 37*. Cho góc \widehat{xOy} và Oz là tia phân giác của góc \widehat{xOy} , gọi Oz' là tia đối của tia Oz. Hãy so sánh số đo của $\widehat{xOz'}$ với số đo của $\widehat{yOz'}$.
- 38*. Cho góc $\widehat{AOB} = 60^\circ$, $\widehat{AOC} = 30^\circ$. Hai góc có chung đỉnh O và chung cạnh OA. Vẽ tia OF nằm giữa hai tia OA và OB sao cho $\widehat{BOF} = 45^\circ$. Tia OF là tia phân giác của góc nào ?

Chủ đề 3

ĐƯỜNG TRÒN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Đường tròn tâm O, bán kính r là hình gồm toàn bộ những điểm cách O một khoảng r. Kí hiệu là $(O ; r)$.
- Cho hai điểm A và B trên đường tròn, nó chia đường tròn thành hai cung AB và $A_m B$ (H.108).
- Đoạn thẳng nối hai điểm A và B gọi là dây cung.
– Dây đi qua tâm là dây lớn nhất, gọi là đường kính. Đường kính dài gấp đôi bán kính.
- Hình tròn là hình gồm các điểm nằm trên đường tròn và các điểm nằm bên trong đường tròn đó.



Hình 108

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

I. Phương pháp giải

- Làm quen với việc sử dụng com pa để vẽ đường tròn. Trước khi vẽ đường tròn phải xác định tâm và bán kính.
- Cho đường tròn $(O ; r)$ thì :
 - Tất cả các điểm A cách điểm O cố định một khoảng $OA = r$ đều thuộc đường tròn $(O ; r)$.

- Tất cả các điểm B cách điểm O cố định một khoảng $OB > r$ đều nằm ngoài hình tròn $(O ; r)$.
 - Tất cả các điểm C cách điểm O cố định một khoảng $OC < r$ đều nằm trong hình tròn $(O ; r)$.
3. Từ đó suy ra : Muốn chứng tỏ các điểm M, N, P, Q,... thuộc cùng một đường tròn thì phải chỉ ra có một điểm I nào đó sao cho $IM = IN = IP = IQ...$ và ta kết luận các điểm M, N, P, Q,... thuộc cùng đường tròn $(I ; IM)$.

II. Ví dụ

Ví dụ 1. Cho đoạn thẳng AB có số đo $AB = 5\text{cm}$, vẽ đường tròn $(A ; 3\text{cm})$ cắt AB tại C.

Hỏi đường tròn $(B ; 2\text{cm})$ có qua C không ? Tại sao ? Hãy vẽ hình.

Giải (H.109)

Vì $AB > AC$ ($5\text{cm} > 3\text{cm}$), nên điểm cắt của đường tròn $(A ; 3\text{cm})$ với AB là C thì C nằm giữa A và B, ta có :

$$AB = AC + CB \Rightarrow 5 = 3 + CB \\ \Rightarrow CB = 2 \text{ (cm).}$$

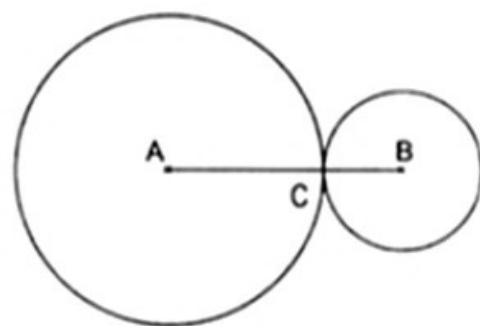
Vậy, $CB = 2\text{cm}$ bằng bán kính đường tròn $(B ; 2\text{cm})$. Suy ra đường tròn $(B ; 2\text{cm})$ phải đi qua C.

Ví dụ 2. Cho đoạn thẳng $AB = 2\text{cm}$.

- 1) Vẽ đường tròn $(A ; 2\text{cm})$, đường tròn có qua B không ? Tại sao ?
- 2) Vẽ đường tròn $(B ; 2\text{cm})$, đường tròn có qua A không ? Tại sao ?
- 3) Đường tròn $(A ; 2\text{cm})$ và đường tròn $(B ; 2\text{cm})$ cắt nhau tại hai điểm C và D. Hãy chứng tỏ đường tròn $(C ; 2\text{cm})$ qua A và B.
- 4) Hãy chứng tỏ đường tròn $(D ; 2\text{cm})$ cũng qua A và B.

Giải (H.110)

- 1) Mở khẩu độ com pa 2cm, lấy A làm tâm, quay đường tròn $(A ; 2\text{cm})$, đường tròn này phải qua B vì $AB = 2\text{cm}$ bằng bán kính.
- 2) Tương tự như trên, vẽ đường tròn $(B ; 2\text{cm})$, đường tròn này phải qua A vì AB bằng bán kính.



Hình 109

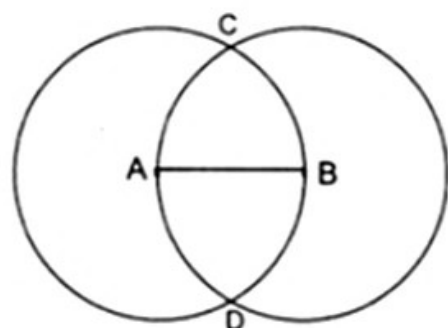
3) Nối CA, ta có $CA = 2\text{cm}$ (vì C thuộc đường tròn (A ; 2cm)).

Nối CB, ta có $CB = 2\text{cm}$ (vì C thuộc đường tròn (B ; 2cm)).

Vậy $CA = CB = 2\text{cm}$ bằng bán kính đường tròn (C ; 2cm), nên A và B thuộc đường tròn (C ; 2cm).

Tương tự như trên, ta có $OA = OB = 2\text{cm}$.

Vậy A và B thuộc đường tròn (D ; 2cm).

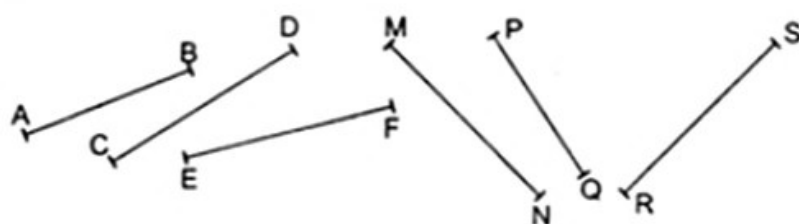


Hình 110

Ví dụ 3. Dùng com pa để so sánh độ dài ba đoạn thẳng cho trước và vẽ theo thứ tự từ nhỏ đến lớn. Học sinh tự ước lượng bằng mắt để tìm đoạn có số đo nhỏ nhất và có số đo lớn nhất ; lấy đoạn giữa làm trung gian để dùng com pa kiểm tra lại.

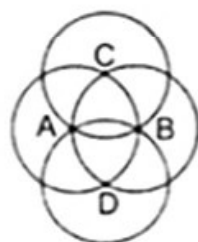
III. Bài tập

39. Dùng com pa để so sánh các đoạn thẳng trong hình vẽ 111, ghi các đoạn thẳng bằng nhau.

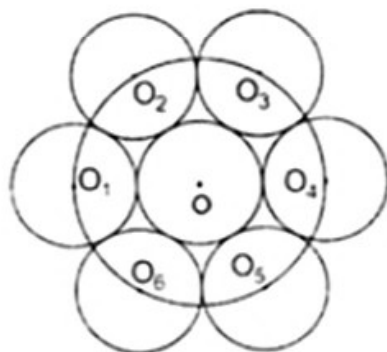


Hình 111

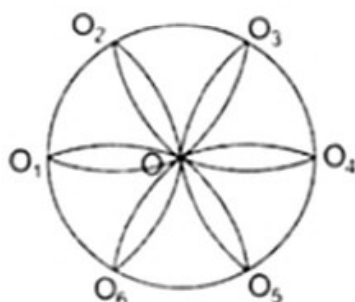
40. Dùng com pa đặt liên tiếp các đoạn thẳng AB, CD, RS trên một tia sao cho đo một lần biết được tổng của ba đoạn thẳng : $AB + CD + RS$.
41. Dùng com pa vẽ các hình trong hình 112 sau theo đúng kích thước, đúng thứ tự các bước.



a)



b)

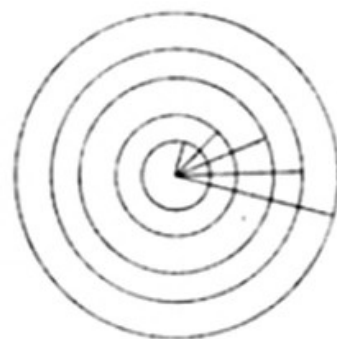


c)

Hình 112

42. Có nhận xét gì về tâm, so sánh độ dài của các bán kính của các đường tròn trong hình 113 (mấy đường tròn, tâm, độ dài bán kính).

43. Cho đoạn thẳng $MN = 4\text{cm}$, vẽ đường tròn ($M ; 3\text{cm}$), đường tròn này cắt MN tại E . Vẽ đường tròn ($N ; 2\text{cm}$), đường tròn này cắt MN tại F . Và hai đường tròn trên cắt nhau tại P và Q .



Hình 113

a) Tính độ dài các đoạn thẳng MP , NP , MQ và NQ .

b) Chứng tỏ F là trung điểm của đoạn thẳng MN .

c) Tính độ dài của đoạn thẳng EF .

44. Cho đoạn thẳng AB , lấy O là trung điểm của đoạn thẳng AB , vẽ đường tròn ($O ; OA$).

a) Đường tròn ($O ; OA$) có qua B không ? Tại sao ?

b) M là điểm trên đường tròn ($O ; OA$), nối MA , MO , MB . Hãy kể tên các dây cung trong hình vẽ.

c) Kể tên các bán kính của đường tròn trong hình vẽ.

d) Kể tên các cung tròn của đường tròn trong hình vẽ.

45. Cho trước điểm O .

a) Vẽ hình chứng tỏ hình đó gồm tất cả các điểm A cách O một khoảng là 1cm .

b) Vẽ hình chứng tỏ hình đó gồm tất cả các điểm B cách O một khoảng là 2cm .

c) Trên hình đó gạch chéo hình gồm toàn thể các điểm C sao cho $1\text{cm} \leq OC \leq 2\text{cm}$.

Chủ đề 4 TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Tam giác ABC là một hình gồm ba đoạn thẳng AB , AC và BC (khi A , B , C không thẳng hàng). Kí hiệu : ΔABC .

Khi đó :

- Ba điểm A, B, C được gọi là ba đỉnh của tam giác.
- Ba đoạn AB, BC, AC được gọi là ba cạnh của tam giác.
- Ba góc ABC, BAC, BCA được gọi là ba góc của tam giác.

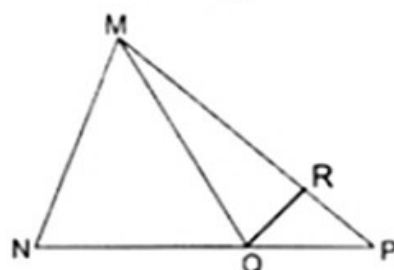
B. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

I. Phương pháp giải

1. Sử dụng thước, com pa để vẽ các hình tam giác và đặt tên cho các đỉnh và các cạnh của nó.

2. Phân chia tam giác: Vẽ một tam giác rồi kẻ đường thẳng đi qua một đỉnh (cắt cạnh đối diện) thì đường thẳng đó chia tam giác thành hai hình tam giác.

Ví dụ : Một tấm bìa hình tam giác kẻ hai đường thẳng (xem H114a) thì ta chia hình tam giác đó thành ba hình tam giác. Dùng kéo cắt theo hai đường thẳng đó ta có được ba tam giác khác nhau. Ghép ba hình tam giác đó lại ta thu được hình tam giác ban đầu.



Hình 114a

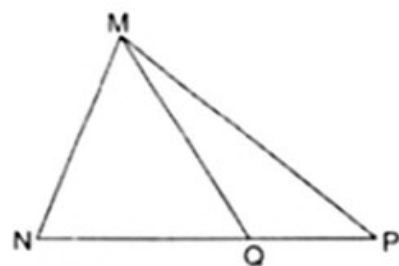
3. *Chú ý :* Cho ba điểm phân biệt không thẳng hàng, vẽ các đoạn thẳng nối hai điểm với nhau ta được một tam giác.

Ba góc của tam giác có miền trong chung nhau chính là hình tam giác.

Độ lớn của mỗi góc được giới hạn bởi hai cạnh của hình tam giác.

II. Ví dụ

Ví dụ 1. Trong hình vẽ sau (H.114b) có mấy hình tam giác ? Hãy điền tên các tam giác đó ; mỗi tam giác ghi tên đỉnh, tên các cạnh và tên các góc vào bảng sau :



Hình 114

Tên tam giác	Tên các đỉnh	Tên các cạnh	Tên các góc

Ví dụ 2. Tìm trong hình vẽ (H.115) những cặp hai góc thoả mãn điều kiện :

- (1) Là góc của hai tam giác khác nhau ;
- (2) Chúng là hai góc kề và bù nhau.

Giải

Trong hình vẽ có tất cả 6 cặp góc kề và bù nhau. Nhưng có hai cặp không thoả mãn điều kiện (1), chẳng hạn cặp của hai góc \widehat{BON} và \widehat{NOM} (góc này không phải là góc của hình tam giác, mà \widehat{NOM} là góc của hình 4 cạnh).

Vậy có 4 cặp thoả mãn cả hai điều kiện đầu bài là :

- \widehat{BNC} của $\triangle BNC$ kề bù với \widehat{ANC} của $\triangle ANC$.
- \widehat{BMC} của $\triangle BMC$ kề bù với \widehat{AMB} của $\triangle AMB$.
- \widehat{NOB} của $\triangle NOB$ kề bù với \widehat{BOC} của $\triangle BOC$.
- \widehat{MOC} của $\triangle MOC$ kề bù với \widehat{BOC} của $\triangle BOC$.

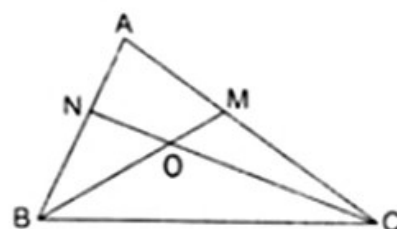
Ví dụ 3. Cho $\triangle ABC$ và điểm O trong tam giác. Các tia OA, OB và OC cắt các cạnh của tam giác theo thứ tự tại M, N và P . Trong hình vẽ (H.116) có bao nhiêu hình tam giác ? Là những hình tam giác nào ?

Giải (H.116)

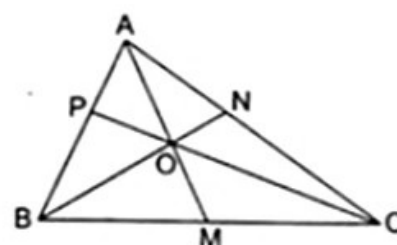
Trên hình vẽ ta thấy có :

- 6 tam giác "đơn" là : $\triangle AOP, \triangle POB, \triangle AON, \triangle BOM, \triangle MOC, \triangle NOC$.
- Có 3 tam giác "đôi" (gồm hai tam giác kề nhau, không có phần trong chung) là : $\triangle AOB, \triangle AOC, \triangle BOC$.
- Có 6 tam giác "ba" (gồm ba tam giác kề nhau, không có phần trong chung) là : $\triangle BAN, \triangle BNC, \triangle AMC, \triangle AMB, \triangle CAP, \triangle CBP$.
- Có 1 tam giác "sáu" là $\triangle ABC$ (gồm sáu tam giác nhỏ ghép lại).

Vậy tổng số có 16 hình tam giác, là các tam giác đã kể tên ở trên.

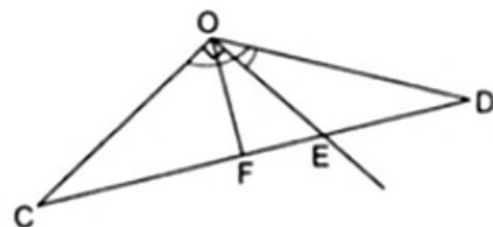


Hình 115



Hình 116

Ví dụ 4. Cho ΔCOD có $\widehat{COD} = 120^\circ$. Vẽ tia OE giữa hai tia OC và OD sao cho $\widehat{COE} = 90^\circ$.



Hình 117

- 1) Tính số đo của \widehat{DOE} .
- 2) Vẽ tia phân giác OF của \widehat{COD} . Chứng tỏ OE là tia phân giác của \widehat{DOF} .
- 3) Trong hình vẽ có mấy hình tam giác? Kể tên các tam giác đó.

Giải (H.117)

1) Tia OE nằm giữa hai tia OC và OD, nên ta có : $\widehat{COE} + \widehat{EOD} = \widehat{COD}$.

Thay số vào ta có : $90^\circ + \widehat{EOD} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{EOD} = 30^\circ$.

2) OF là tia phân giác của \widehat{COD} , nên ta có : $\widehat{COF} = \widehat{FOD} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$.

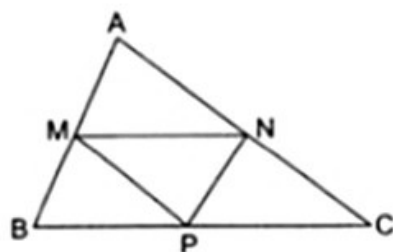
Vậy $\widehat{DOE} < \widehat{DOF}$ ($30^\circ < 60^\circ$), nên tia OE nằm giữa hai tia OD và OF.

Mà $\widehat{DOE} = 30^\circ = \frac{\widehat{DOF}}{2}$, suy ra OE là tia phân giác của \widehat{DOF} .

3) Trong hình vẽ có 6 hình tam giác là : ΔCOF , ΔCOE , ΔCOD , ΔFOE , ΔFOD , ΔEOD .

III. Bài tập

46. Trong hình 118 gồm bao nhiêu hình tam giác? Điền tên các tam giác đó vào bảng sau (mỗi tam giác điền tên đỉnh, tên góc và tên cạnh) :



Hình 118

Tên tam giác	Tên các đỉnh	Tên các góc	Tên các cạnh

47. Dùng thước và com pa để vẽ các hình tam giác :
- ΔABC biết : $BC = 5\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$.
 - ΔMNP biết : $MN = MP = NP = 4\text{cm}$.
 - ΔEFQ biết : $EF = 5\text{cm}$, $FQ = 4\text{cm}$, $EQ = 3\text{cm}$.
48. Cho ΔABC có $\widehat{BAC} = 100^\circ$. Điểm E nằm giữa B và C sao cho $\widehat{BAE} = 25^\circ$. Trên mặt phẳng có bờ AC chứa điểm B kẻ tia Ax sao cho $\widehat{CAx} = 25^\circ$. Ax cắt BC ở F.
- Chứng tỏ F nằm giữa E và C.
 - Tính số đo của \widehat{EAF} .
 - AI là tia phân giác của \widehat{BAC} . Chứng tỏ AI cũng là tia phân giác của \widehat{EAF} .
 - Tìm những tia phân giác của các góc trong hình vẽ.
49. Cho năm điểm A, B, C, D và E, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ ba điểm (trong số năm điểm trên) ta vẽ được một tam giác có ba đỉnh là ba điểm đó. Hỏi tất cả vẽ được bao nhiêu hình tam giác ?

Thực hành ĐO GÓC TRÊN MẶT ĐẤT

I. Kiến thức cần nhớ

- Ba điểm thẳng hàng.
- Điều kiện để hai tia trùng nhau :
 - Chung gốc ;
 - Có hai điểm thuộc hai tia đó thuộc cùng một nửa đường thẳng qua gốc chung.
- Điều kiện để hai tia đối nhau :
 - Chung gốc ;
 - Có hai điểm thuộc hai tia đó thuộc hai nửa đường thẳng qua gốc chung.

II. Chuẩn bị

- Giác kế và cấu tạo của nó :

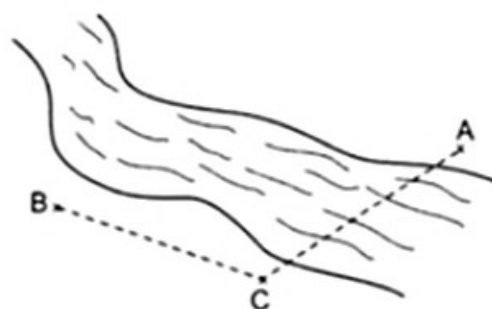
- Một đĩa tròn đặt nằm ngang trên một giá ba chân, tâm đĩa cho một quả dọi buông tự do xuống gần mặt đất.
- Mặt đĩa chia độ (hai nửa đường tròn, mỗi nửa đường tròn chia từ 0° đến 180°).
- Một thanh quay có chốt tại tâm của đĩa, còn thanh quay quay xung quanh đĩa. Hai đầu quay có hai tấm thẳng đứng, mỗi tấm có một khe hở nhỏ đều ; hai khe hở này và tâm đĩa tạo thành ba điểm thẳng hàng.

2. Một số cọc tiêu.

III. Cách đo góc trên mặt đất

Chẳng hạn, để đo độ lớn của \widehat{ACB} trên mặt đất (H.119), ta thực hiện các bước sau :

Bước 1 : Đặt và chỉnh giác kế (chỉnh ba chân) sao cho mặt đĩa nằm ngang, dây dọi thẳng đứng, quả dọi chỉ đúng điểm C trên mặt đất.



Hình 119

Bước 2 : Chỉnh mặt giác kế để thanh quay cố định ở vạch 0° của đĩa rồi quay mặt đĩa cho đến khi ngắm thấy hai khe hở và cọc tiêu cắm tại A thẳng hàng là được.

Bước 3 : Cố định mặt đĩa, quay thanh quay : Ta quay thanh quay và ngắm cho đến khi hai khe hở và cọc tiêu cắm tại điểm B thẳng hàng.

Bước 4 : Đọc số đo (độ) của góc mà thanh quay đã quay trên mặt đĩa. Đó chính là số đo của góc ACB trên mặt đất.

IV. Giải thích về cấu tạo của thanh quay trên mặt đĩa

- Tâm của đĩa (là tâm của thước đo độ) trùng với gốc O của thanh quay.
- Khe hở M và N được coi là hai điểm. Nếu khe hở quá to thì dóng đường thẳng không chính



Hình 120

xác, nên khe hở càng nhỏ độ chính xác càng cao. Song nhỏ quá thì mắt khó nhìn.

- Thanh quay gồm tâm O, hai khe hở (hai điểm M và N) tạo thành hai tia đối nhau là tia OM và ON (H.120).

V. Thực hành

1. Thực hành dùng giác kế đo góc hợp bởi hai con đường có sẵn ở quê em. Để đảm bảo chính xác, ta cắm cọc tiêu tại tâm của con đường.
2. Cũng có thể dùng giác kế để dóng đường thẳng trên mặt đất (chính xác hơn cách dóng trước).
3. Ngược lại, nếu có một con đường có sẵn, ta muốn lập một con đường mới thứ hai sao cho nó cắt con đường cũ tại một điểm M với một góc α° đã định, ta thực hiện các bước :

Bước 1 : Đặt giác kế và chỉnh tại điểm P đã định của đường cũ và tiến hành theo bước 1 ở trên.

Bước 2 : Quay thanh quay về vạch 0° và tiến hành thực hiện bước 2 ở trên.

Bước 3 : Cố định giá và mặt đĩa, quay thanh quay đi một góc α° (theo yêu cầu) rồi để cố định hai khe hở M và N. Hướng dẫn người thứ hai cắm cọc tiêu điều chỉnh sao cho thẳng hàng với hai khe hở M và N. Cắm cọc tiêu cố định tại điểm D ta có đường PD là con đường thứ hai (dự kiến làm).

4. Giác kế chủ yếu dùng để dóng trong xây dựng dãy nhà lớn của khu chung cư hoặc làm đường, ngõ xóm. Còn những công trình nhỏ như giác mặt móng của một ngôi nhà nhỏ thì thợ thường dùng những cách đơn giản hơn như ê ke của thợ hoặc dùng sợi dây...

ÔN TẬP CHƯƠNG II

I. Kiến thức cần nhớ

1. Hiểu về góc, số đo góc, tia phân giác của một góc và phân loại các góc nhọn, tù, vuông, bẹt.

2. Mối quan hệ giữa hai hay nhiều góc :
 - Hai hay nhiều góc kề nhau.
 - Khi nào thì $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$?
 - Hai góc phụ nhau, hai góc bù nhau.
 - Hai góc kề và phụ nhau, hai góc kề và bù nhau.
3. - Phân biệt đường tròn và hình tròn.
 - Các yếu tố trong đường tròn : cung tròn, dây cung, tâm, bán kính, đường kính.
4. Tam giác là gì ? Chỉ ra các yếu tố đỉnh, cạnh, góc của một tam giác.

II. Kĩ năng cần đạt

1. Vẽ thành thạo (sử dụng thước đo góc) :
 - Vẽ một góc khi biết số đo của nó.
 - Vẽ một góc bằng tổng hay hiệu của hai góc.
 - Vẽ tia phân giác của một góc.
2. Thực hành sử dụng góc kề.
3. Kĩ năng nhận biết và chứng tỏ được :
 - Một đoạn nằm giữa hai điểm còn lại.
 - Một tia nằm giữa hai tia còn lại.
4. Thành thạo các phép tính về góc, số đo góc. Quan hệ giữa hai hay nhiều góc kề nhau.
5. Vẽ thành thạo các đường tròn khi biết tâm và bán kính ; vẽ các tam giác khi biết số đo cạnh hoặc góc, cạnh.

III. Bài tập

50. Trả lời các câu hỏi sau :
 - a) Góc là gì ? Phân biệt các góc nhọn, tù, vuông, bẹt.
 - b) Thế nào là hai góc kề nhau ? Thế nào là hai góc kề bù nhau ?
 - c) Vẽ góc \widehat{hOk} khác góc bẹt. Lấy hai điểm E và F nằm trong góc đó ; lấy hai điểm I và K nằm ngoài góc đó ; lấy hai điểm M và N thuộc hai cạnh của góc đó.

d) Tia như thế nào được gọi là tia phân giác của một góc ? Trong hình 121, tia OC có phải là tia phân giác của \widehat{AOB} không ?



Hình 121

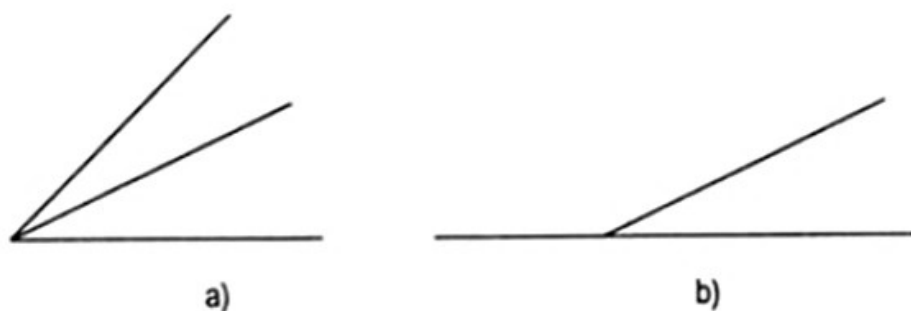
e) Hai đường thẳng xy và x'y' cắt nhau tại M (H.122).

- Kể tên các góc nhọn.
- Kể tên các góc tù.
- Kể tên các góc bẹt.



Hình 122

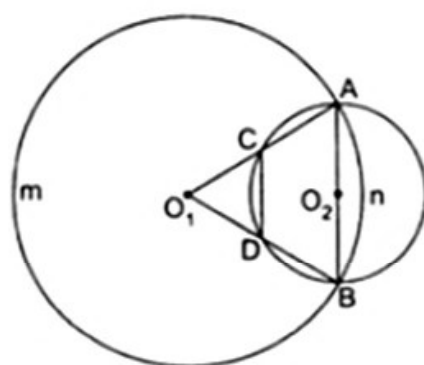
g) Trong hình 123a, b mỗi hình có mấy góc (mỗi góc đều ghi tên đỉnh, hai cạnh của nó, nó thuộc loại góc gì) ? Mối quan hệ giữa hai góc trong hình đó ?



Hình 123

51. Trong hình 124 :

- a) Chỉ rõ tâm, bán kính của hai đường tròn (ghi trên các cung, dây cung của đường tròn O_1 và O_2).
- b) Dùng thước để đo độ dài ba cạnh, độ lớn ba góc của tam giác O_1AB . Có nhận xét gì ?
- c) So sánh bán kính trên đường tròn O_1 với bán kính đường tròn O_2 .



Hình 124

52. Cho hai góc :

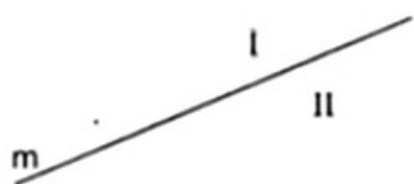
- a) Chúng phụ nhau, góc này gấp đôi góc kia. Tìm số đo mỗi góc ?
- b) Chúng bù nhau, góc này gấp đôi góc kia. Tìm số đo mỗi góc ?

53. Tia OC chia góc AOB thành hai góc.
- Biết OC là tia phân giác của AOB và $\widehat{AOC} = 22^{\circ}30'$. Tìm số đo của \widehat{AOB} ?
 - Biết tia OC chia \widehat{AOB} thành hai góc 30° và 45° . Tìm số đo của \widehat{AOB} ?
 - Biết tia OC chia \widehat{AOB} thành hai góc, trong đó góc nhỏ là $21^{\circ}15'$, góc lớn hơn góc nhỏ $15^{\circ}45'$. Tìm số đo của \widehat{AOB} ?
54. Tìm số đo của góc hợp bởi hai kim của đồng hồ lúc 4 giờ 30 phút (bằng hai cách).
55. Cho hai góc \widehat{AOB} và \widehat{BOC} là hai góc kề nhau. Có OE là tia phân giác của \widehat{AOB} ; OF là tia phân giác của \widehat{BOC} . Biết số đo của $\widehat{EOF} = 90^{\circ}$. Tính số đo của tổng hai góc $\widehat{AOB} + \widehat{BOC}$. Nhận xét gì về hai góc đó ?
56. Vẽ ΔABC có $\widehat{B} = 80^{\circ}$; $AB = 3\text{cm}$; $BC = 5\text{cm}$. Trên nửa mặt phẳng có chứa điểm A bờ là tia BC vẽ tia Bx hợp với tia BC một góc 30° , Bx cắt AC tại E; điểm M là điểm nằm giữa hai điểm A và C sao cho $\widehat{ABM} = 20^{\circ}$.
- Hãy chứng tỏ điểm E nằm giữa hai điểm M và C.
 - Hãy chứng tỏ BE là tia phân giác của \widehat{CBM} .
 - Kể tên các cặp hai góc kề mà bù nhau trong hình vẽ.
 - Kể tên các cặp hai góc kề mà không bù nhau trong hình vẽ.
57. Cho đoạn thẳng $AB = 5\text{cm}$. Lấy điểm M và N nằm giữa hai điểm A và B sao cho $AM = 3\text{cm}$, $BN = 1\text{cm}$.
- Hãy chứng tỏ điểm N nằm giữa hai điểm M và B.
 - Vẽ đường tròn (N ; NB), hãy chứng tỏ đường tròn này qua M.
 - Vẽ đường tròn (A ; AN), nó cắt đường tròn trên tại C và C'. Nối CA và CN. Tính chu vi của ΔACN , có nhận xét gì về ΔACN ?
 - Nối AC' và NC'. Có nhận xét gì về các cạnh của ΔACN với các cạnh của $\Delta AC'N$?

LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

CHỦ ĐỀ 1

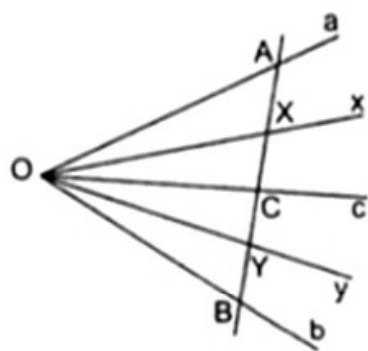
1. Đường thẳng m chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng đối nhau, bờ là đường thẳng m , gọi là nửa mặt phẳng thứ nhất và thứ hai (H.125).



Hình 125

- Đường thẳng m cắt đoạn thẳng EF . Vậy, hai điểm E và F thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau. Nếu E thuộc nửa mặt phẳng thứ nhất thì F thuộc nửa mặt phẳng thứ hai.
- Đường thẳng m cắt đoạn thẳng EP . Vậy, hai điểm E và P thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau. Nếu E thuộc nửa mặt phẳng thứ nhất thì P thuộc nửa mặt phẳng thứ hai. Từ đó suy ra F và P thuộc hai nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng m . Vậy, đường thẳng m không cắt đoạn thẳng FP .

2. (H.126) Lấy điểm A thuộc tia Oa , điểm B thuộc tia Ob , nối A và B . Theo đầu bài tia Oc nằm giữa hai tia Oa và Ob nên AB cắt Oc tại C . Ta có C nằm ngoài giữa hai điểm A và B .

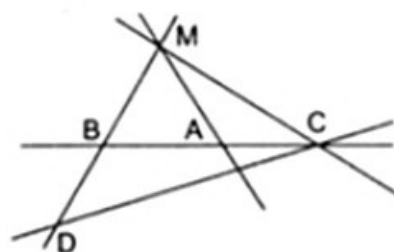


Hình 126

- Tia Ox nằm giữa hai tia Oa và Oc , nên AC cắt Ox tại điểm X .
Ta có X nằm giữa hai điểm A và C .
- Tia Oy nằm giữa hai tia Oc và Ob , nên cắt Oy tại điểm Y .
Ta có Y nằm giữa hai điểm C và B .
- Tia CA và CB là hai tia đối nhau (tia Oa và Ob đối nhau qua tia Oc), X thuộc tia CA , Y thuộc tia CB . Vậy, điểm C nằm giữa hai điểm X và Y . Suy ra tia Oc nằm giữa hai tia Ox và Oy (H.126) (cách giải tương tự cách 1, ví dụ 5, dạng 4, chủ đề 2).

3. (H.127)

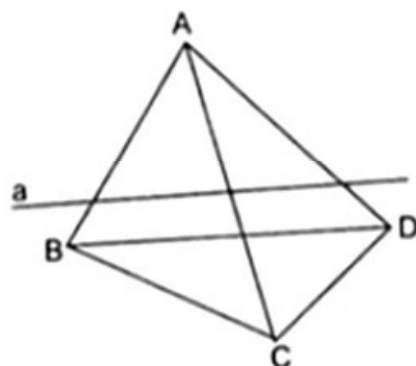
- Vì điểm A nằm giữa hai điểm B và C, nên tia MA nằm giữa hai tia MB và MC.
- Tia AM nằm giữa hai tia AB và AC, hai tia AB và AC là hai tia đối nhau.
- Vì tia MA nằm giữa hai tia MB và MC, mà $D \in MB$, $C \in MC$, nên đoạn thẳng DC phải cắt tia MA.
- Tia CB nằm giữa hai tia CM và CD (vì điểm B nằm giữa hai điểm M và D).



Hình 127

4. (H.128)

- Đường thẳng a chia mặt phẳng thành hai phần, trong đó điểm A thuộc nửa mặt phẳng thứ nhất; còn ba điểm B, C, D thuộc nửa mặt phẳng đối (nửa mặt phẳng thứ hai). Vậy, đường thẳng a cắt các đoạn thẳng AC, AB và AD.



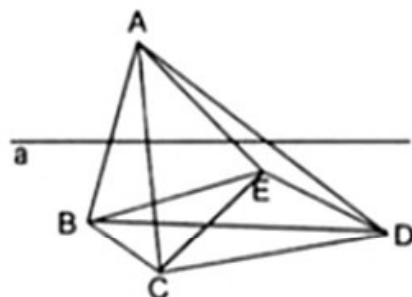
Hình 128

- Ba điểm B, C, D thuộc cùng nửa mặt phẳng thứ hai bờ là đường thẳng a, nên đường thẳng a không cắt các đoạn thẳng nối hai trong ba điểm đó, tức là các đoạn thẳng BC, CD, BD.

5. (H.129)

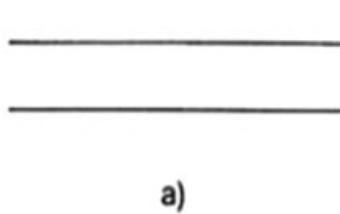
Đường thẳng a cắt các đoạn thẳng AB, AC, AD và AE, chứng tỏ đường thẳng a chia mặt phẳng thành hai phần; trong đó điểm A thuộc nửa mặt phẳng thứ nhất, còn bốn điểm B, C, D và E thuộc nửa mặt phẳng thứ hai bờ là đường thẳng a.

Bốn điểm B, C, D và E không có ba điểm nào thẳng hàng, nên với hai trong bốn điểm ta được 6 đoạn thẳng là BC, BD, BE, CD, CE và DE thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng a, nên đường thẳng a không cắt sáu đoạn thẳng đó.



Hình 129

- Hai đường thẳng có thể chia mặt phẳng thành ba miền (H.130a) hoặc bốn miền (H.130b).

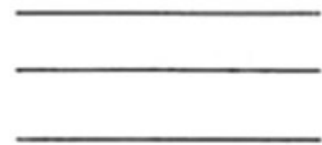


a)



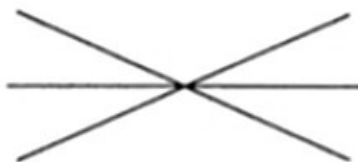
b)

Hình 130



Hình 131

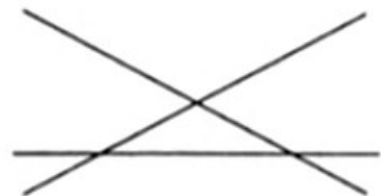
b) Ba đoạn thẳng có thể chia mặt phẳng thành 4 miền (H.131), hoặc 6 miền (H.131b) hoặc 7 miền (H.132d).



a)



b)



c)

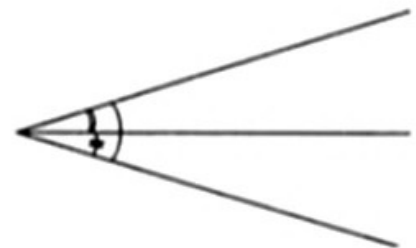
Hình 132

CHỦ ĐỀ 2

7. Trong ba tia không có hai tia đối nhau.

Vậy, vẽ được ba góc là \widehat{xOy} , \widehat{yOz} và \widehat{xOz} , trong ba góc đó có thể là:

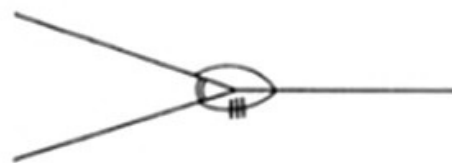
- Ba góc cùng nhọn (H.133)
- Một góc nhọn, một góc tù (H.135)
- Cả ba góc cùng tù (H.136)



Hình 133

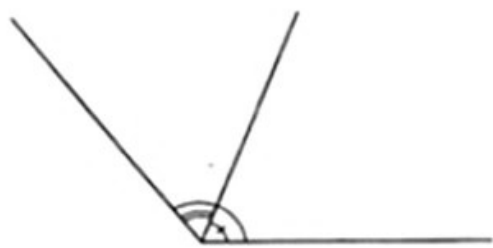


a)



b)

Hình 134

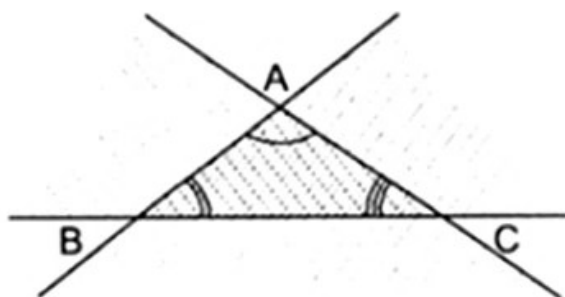


Hình 135



Hình 136

8. Có bốn góc khác góc bẹt là $\widehat{xIx'}$; $\widehat{x'Iy}$; $\widehat{yIy'}$; $\widehat{xIy'}$ (tự vẽ hình).
9. a) Những điểm nằm trong góc \widehat{mOn} là A, B, C.
b) Những điểm nằm ngoài góc \widehat{MON} là I, D.
10. a) Những tia nằm giữa hai tia OA và OB thì chia \widehat{AOB} thành hai góc, đó là tia Ox và Oy.
b) Những tia không nằm giữa hai tia OA và OB thì không chia \widehat{AOB} thành hai góc, đó là tia Oz và Ot.
11. a) Số đo các góc :
- $$\widehat{xOA} = 40^\circ; \widehat{xOB} = 60^\circ; \widehat{AOB} = 20^\circ;$$
- $$\widehat{BOC} = 20^\circ; \widehat{xOD} = 130^\circ.$$
- b) Các góc có số đo bằng 20° là \widehat{AOB} và \widehat{BOC} . Các góc có số đo bằng nhau là: $\widehat{xOA} = \widehat{AOC}$; $\widehat{COD} = \widehat{DOy}$; $\widehat{AOB} = \widehat{BOC}$.
- c) $\widehat{xOA} = 40^\circ$; $\widehat{AOB} = 20^\circ$; $\widehat{AOC} = 40^\circ$; $\widehat{AOD} = 90^\circ$; $\widehat{AOy} = 140^\circ$.
12. Là hình tam giác ABC (H.137).



Hình 137



Hình 138

13. (H.138) Đường tròn được chia thành 12 phần bằng nhau, mỗi phần là $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$. Vậy, lúc 1 giờ góc giữa kim phút (chỉ số 12) và kim giờ (chỉ số 1) là 30° ; lúc 3 giờ kim phút chỉ số 12, kim giờ chỉ số 3, góc giữa kim phút và kim giờ là $30^\circ \times 3 = 90^\circ$.

Tương tự, lúc 4 giờ là góc 120° ; lúc 6 giờ là góc 180° ; lúc 8 giờ (phải tính cung từ 8 đến 12, 4 cung), vậy góc đó là $4 \times 30^\circ = 120^\circ$. Lúc 12 giờ là góc 0° .

- 14*. Trong năm tia chung gốc O không có hai tia nào đối nhau, vì vậy lấy một tia bất kì (chẳng hạn Ox), tia này hợp với mỗi một trong bốn tia còn lại được một góc nhỏ hơn 180° . Vậy, tia Ox hợp với bốn tia còn lại được bốn góc nhỏ hơn 180° .

Với năm tia khác nhau có : $4 \text{ góc} \times 5$.

Trong số góc đó, mỗi góc được tính hai lần. Chẳng hạn, khi chọn tia Ox thì Ox hợp với Oy được góc \widehat{xOy} ; nhưng khi chọn tia Oy thì Oy hợp với tia Ox lại cũng được góc \widehat{xOy} .

Vậy, số góc có trong hình vẽ là $\frac{4\text{góc} \times 5}{2} = 10$ góc nhỏ hơn 180° .

- 15*. (H.139) Để tránh lăm lăm, ta chọn đường thẳng để liệt kê các góc do hai tia của nó tạo với các tia còn lại.

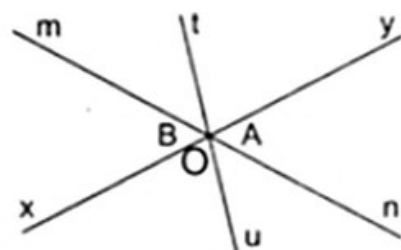
– Chẳng hạn, chọn đường xy, ta có sáu góc là \widehat{xOm} ; \widehat{xOt} ; $\widehat{xO_Ay}$; \widehat{xOn} ; \widehat{xOu} ; $\widehat{xO_By}$.

– Tương tự, trong hình 139 ta chọn đường mn, ta cũng có sáu góc, nhưng trong đó đã có góc \widehat{xOm} đã có ở trường hợp 1. Vậy, còn 5 góc là :

$$\widehat{mOt}; \widehat{mOy}; \widehat{mO_A n}; \widehat{nOx} \text{ và } \widehat{mO_B n}.$$

Chọn đường thẳng tx, ta cũng có sáu góc, nhưng trong đó có một góc đã có ở trường hợp 1, một góc đã có ở trường hợp 2. Vậy, còn lại bốn góc là các góc : \widehat{tOy} ; \widehat{tOn} ; $\widehat{tO_A u}$; $\widehat{tO_B u}$.

Vậy, tổng số góc có là : $6 + 5 + 4 = 15$ (góc).



Hình 139

16. Tia OA nằm giữa hai tia OB và OC, ta có :

$$\widehat{BOA} + \widehat{AOC} = \widehat{BOC}, \text{ thay số vào ta có : } 40^\circ + 32^\circ = \widehat{BOC}.$$

$$\text{Vậy } \widehat{BOC} = 72^\circ.$$

17. Hai góc \widehat{xOy} và \widehat{yOz} kề bù nhau thì hai tia Ox và Oz nằm trên một đường thẳng. Tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz, ta có :

$$\widehat{zOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ \text{ hay } 110^\circ + \widehat{yOz} = 180^\circ.$$

$$\text{Vậy, } \widehat{yOz} = 70^\circ \text{ (tự vẽ hình).}$$

18. (H.140) Tia OP nằm giữa hai tia OM và ON, ta có :

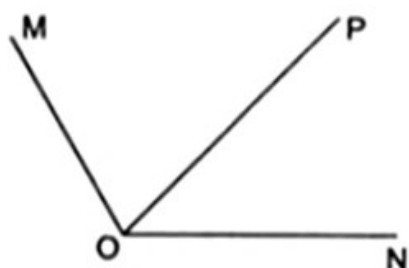
$$\widehat{MOP} + \widehat{PON} = \widehat{MON}$$

$$\widehat{MOP} + \widehat{PON} = 120^\circ. \quad (1)$$

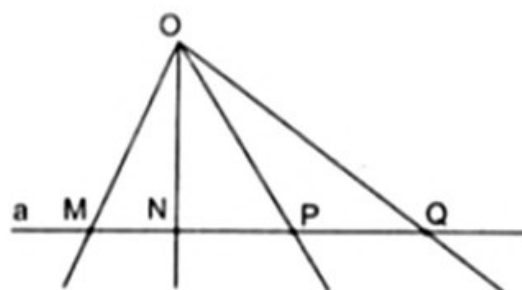
$$\widehat{MOP} - \widehat{PON} = 30^\circ. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có : } 2\widehat{MOP} = 150^\circ \Rightarrow \widehat{MOP} = 75^\circ. \quad (3)$$

$$\text{Thay (3) vào (1), ta có : } 75^\circ + \widehat{PON} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{PON} = 45^\circ.$$



Hình 140



Hình 141

19. (H.141) Do điểm N nằm giữa hai điểm M và P, nên tia ON nằm giữa hai tia OM và OP, ta có : $\widehat{MON} + \widehat{NOP} = \widehat{MOP}$.

$$\text{Thay số vào ta được: } 20^\circ + 30^\circ = \widehat{MOP}, \text{ vậy } \widehat{MOP} = 50^\circ.$$

Do điểm P nằm giữa hai điểm M và Q, nên tia OP nằm giữa hai tia OM và OQ, ta có : $\widehat{MOP} + \widehat{POQ} = \widehat{MOQ}$.

$$\text{Thay số vào ta có : } 50^\circ + \widehat{POQ} = 80^\circ, \text{ vậy } \widehat{POQ} = 30^\circ.$$

20. \widehat{xON} và \widehat{NOI} là hai góc kề bù với nhau, nên ta có :

$$\widehat{xON} + \widehat{NOI} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{xON} + 40^\circ 25' = 180^\circ;$$

$$\widehat{xON} = 180^\circ - 40^\circ 25' = 179^\circ 60' - 40^\circ 25' = 134^\circ 35'.$$

\widehat{MOI} và \widehat{xOM} là hai góc kề bù với nhau, nên ta có :

$$\widehat{MOI} + \widehat{xOM} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{MOI} + 110^\circ 20' = 180^\circ;$$

$$\widehat{MOI} = 180^\circ - 110^\circ 20' = 179^\circ 60' - 110^\circ 20' = 69^\circ 40'.$$

Vậy $\widehat{MOI} = 69^\circ 40'$.

Tia OI nằm giữa hai tia OM và ON , nên ta có :

$$\widehat{MOI} + \widehat{ION} = \widehat{MON}$$

Vậy : $\widehat{MON} = 69^\circ 40' + 40^\circ 25' = 109^\circ 65'$

$$\widehat{MON} = 110^\circ 5'.$$

21. (H.142) a) Điểm D thuộc miền trong của góc :

$$\widehat{BMC}; \widehat{BAC}; \widehat{BEC}; \widehat{BFC}.$$

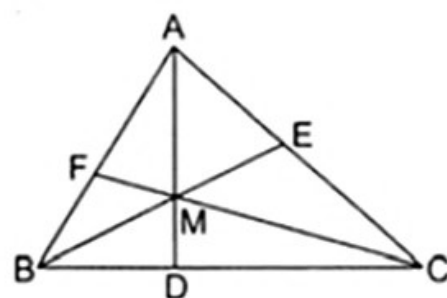
b) Để tránh nhầm lẫn ta lần lượt chọn các bờ là BE . Hai nửa mặt phẳng có bờ là BE có :

$$\widehat{BMF} \text{ kề bù với } \widehat{FME}.$$

$$\widehat{BMA} \text{ kề bù với } \widehat{AME}$$

$$\widehat{BMD} \text{ kề bù với } \widehat{DME}$$

$$\widehat{BMC} \text{ kề bù với } \widehat{CME}$$



Hình 142

Tương tự : xét hai nửa mặt phẳng có bờ là CF cũng có 4 cặp góc kề bù nhau
xét hai nửa mặt phẳng có bờ là AD cũng có 4 cặp góc kề bù nhau.

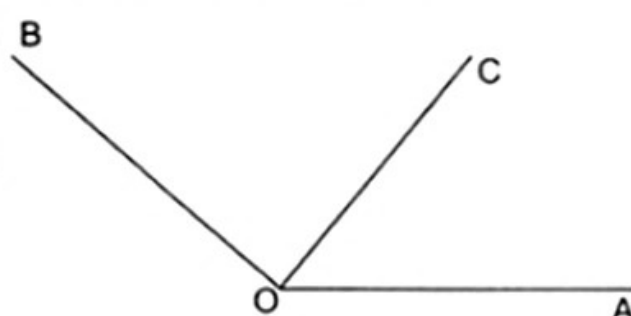
Vậy tổng số trong hình vẽ có 12 cặp góc có đỉnh tại M kề bù nhau.

22. (H.143) Tia OC và OB thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ có chứa tia OA .

Mà $\widehat{AOC} < \widehat{AOB}$ ($55^\circ < 135^\circ$) nên tia OC nằm giữa hai tia OA và OB .

Ta có :

$$\widehat{AOC} + \widehat{COB} = \widehat{AOB}$$



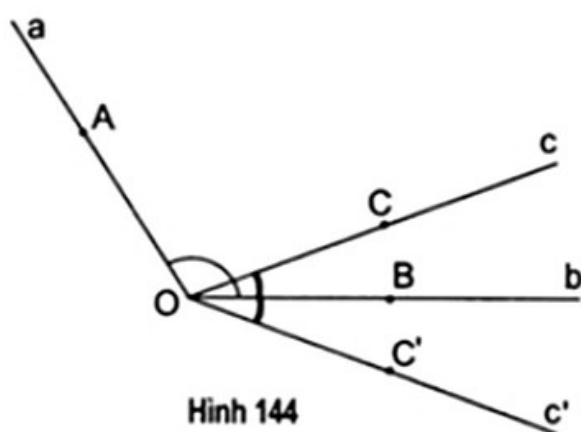
Hình 143

Thay số : $55^\circ + \widehat{COB} = 135^\circ$

Vậy : $\widehat{BOC} = 135^\circ - 55^\circ \Rightarrow \widehat{BOC} = 80^\circ$.

23. (H.144 a) Có hai cách vẽ tia Oc để hợp với tia Ob một góc 30° . Đó là tia OC và OC' thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ chứa tia Ob.

b) TH 1 : Tia Oc thuộc nửa mặt phẳng bờ có chứa tia Ob nửa mặt phẳng đó chứa tia Oa (tia Oc và tia Oa thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ là Ob).



Hình 144

Do : $\widehat{BOC} < \widehat{BOA}$ ($30^\circ < 100^\circ$) nên tia Oc nằm giữa hai tia Oa và Ob, ta có : $\widehat{AOC} + \widehat{COB} = \widehat{AOB}$ hay : $\widehat{AOC} + 30^\circ = 100^\circ \Rightarrow \widehat{AOC} = 70^\circ$.

TH 2 : Tia OC' và tia Oa thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ có chứa tia Ob thì Ob nằm giữa hai tia Oa và OC', ta có : $\widehat{AOB} + \widehat{BOC'} = \widehat{AOC'}$.

Hay : $100^\circ + 30^\circ = \widehat{AOC'} \Rightarrow \widehat{AOC'} = 130^\circ$.

24. Tia OC nằm giữa hai tia OA và OB nên ta có :

$$\widehat{BOC} + \widehat{COA} = \widehat{BOA}. \quad (1)$$

Mà $\widehat{BOC} = 3\widehat{COA}$. (2)

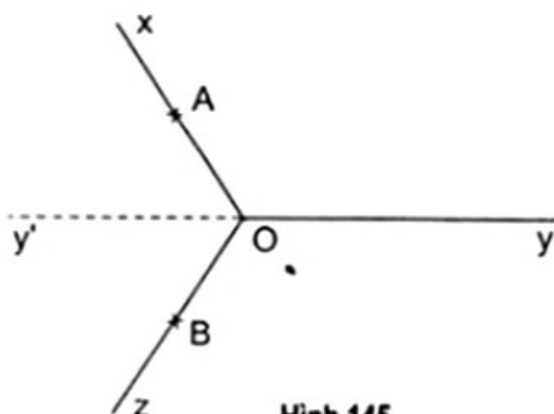
Thay (2) vào (1), ta có : $3\widehat{COA} + \widehat{COA} = \widehat{BOA}$.

Vậy : $4\widehat{COA} = 109^\circ \Rightarrow \widehat{COA} = 109^\circ : 4 = 27^\circ 15'$.

$$\widehat{BOC} = 27^\circ 15' \cdot 3 \Rightarrow \widehat{BOC} = 81^\circ 45'.$$

- 25*. (H.145) Gọi Oy' là tia đối của tia Oy.

Ta lấy điểm $A \in Ox$, điểm $B \in Oz$ (A và B khác O). Nối đoạn thẳng AB theo đề bài. Ox và Oz là hai tia thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ có chứa tia Oy vậy đoạn AB phải cắt yy' tại một điểm.



Hình 145

Nếu điểm cắt thuộc tia Oy thì ta có tia Oy thì ta có tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz, ta có : $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$.

Thay số có : $120^\circ + 105^\circ = 225^\circ > 180^\circ$: Vô lí.

Vậy điểm cắt đó chỉ có thể thuộc tia y'O, suy ra tia y'O nằm giữa hai tia Ox và Oz. Ta có : $\widehat{xOy'} + \widehat{y'Oz} = \widehat{xOz}$. (1)

Trong đó $\widehat{xOy'}$ là góc kề bù với góc \widehat{xOy} nên ta có :

$$\widehat{xOy'} = 180^\circ - \widehat{xOy} = 180^\circ - 120^\circ \Rightarrow \widehat{xOy'} = 60^\circ.$$

Tương tự, ta có : $\widehat{y'Oz} = 180^\circ - \widehat{yOz} = 180^\circ - 105^\circ \Rightarrow \widehat{y'Oz} = 75^\circ$.

Thay $\widehat{xOy'} = 60^\circ$; $\widehat{y'Oz} = 75^\circ$ vào (1) có :

$$\widehat{xOz} = 60^\circ + 75^\circ \Rightarrow \widehat{xOz} = 135^\circ.$$

26. a) Đặt Êke kẻ tia Oz hợp với tia Ox góc 90° ta có góc phụ với $\widehat{xOy} = 37^\circ 30'$ là $\widehat{yOz} = 90^\circ - 37^\circ 30' = 52^\circ 30'$.

b) Lấy tia Oa' là tia đối của tia Oa. Ta có $\widehat{aOa'} = 180^\circ$. Ta có góc bù với $\widehat{aOb} = 125^\circ$ là $\widehat{bOa'} = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$.

27. Vẽ theo các bước của ví dụ 1.

28. (H.146) \widehat{xOm} và \widehat{mOy} là hai góc kề bù nhau. Có Om là tia chung, nên :

$$\widehat{mOy} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ.$$

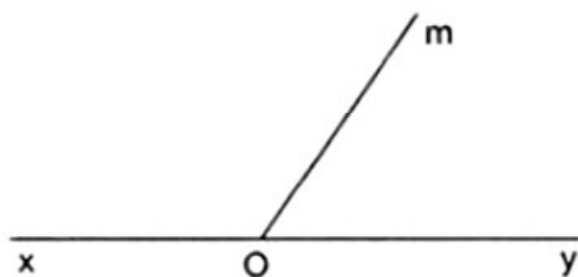
Nếu tia Om nằm giữa hai tia On và Oy thì có $\widehat{mOy} < \widehat{nOy}$.

Mà : $\widehat{xOn} + \widehat{nOy} = 180^\circ$

$$\widehat{xOm} + \widehat{mOy} = 180^\circ.$$

Suy ra : $\widehat{xOn} + \widehat{nOy} = \widehat{xOm} + \widehat{mOy}$.

Trong đó : $\widehat{mOy} < \widehat{nOy}$, nên : $\widehat{xOn} < \widehat{xOm}$. Hay : $\widehat{xOn} < 110^\circ$.



Hình 146

29. Vẽ theo các bước của ví dụ 1. Vẽ tia Ay sao cho $\widehat{xAy} = 60^\circ$.

Tia Ax chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ Ax. Vì vậy ta vẽ được hai tia Ay và Ay' hợp với tia Ax góc 60° . Trong đó hai góc \widehat{xAy} và $\widehat{xAy'}$ là hai góc thuộc nửa mặt phẳng đối nhau bờ có chứa tia Ax.

30. (H.147) a) Theo đầu bài tia ON nằm giữa hai tia Ox và Oy nên ta có: $\widehat{yON} + \widehat{NOx} = \widehat{xOy}$. (1)

Cũng theo đầu bài:

$$\widehat{xOM} + \widehat{yON} < \widehat{xOy}. \quad (2)$$

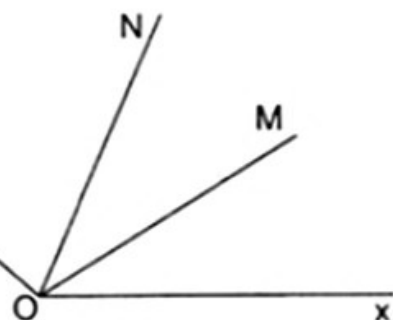
So sánh (1) và (2), ta có: $\widehat{xOM} < \widehat{xON}$.

Vậy tia OM nằm giữa hai tia Ox và ON.

b) ON nằm giữa hai tia Ox và Oy (theo đầu bài)

OM nằm giữa hai tia Ox và ON (chứng tỏ câu a).

Vậy ta có: $\widehat{xOy} = \widehat{yOn} + \widehat{nOm} + \widehat{mOx} = 60^\circ + 30^\circ + 40^\circ \Rightarrow \widehat{xOy} = 130^\circ$.



Hình 147

31. a) Có.

b) Không (vì $\widehat{mOp} < \widehat{mOn}$).

32. $\widehat{AOD} = 90^\circ$. Mà $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \frac{1}{3} \widehat{AOD}$.

Vậy: $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \frac{1}{3} \cdot 90^\circ = 30^\circ$.

Vì OE là tia phân giác của \widehat{AOB} nên ta có: $\widehat{AOE} = \widehat{EOB} = 15^\circ$.

Vì OF là tia phân giác của \widehat{COD} nên ta có: $\widehat{COF} = \widehat{FOD} = 15^\circ$.

Theo ví dụ 5, từ OE và OF là hai tia phân giác của hai góc \widehat{AOB} và \widehat{COD} ta có thể chứng tỏ hai tia OE và OF nằm giữa hai tia OA và OD (tự chứng tỏ theo cách giải của ví dụ 5).

Vậy ta có: $\widehat{AOE} + \widehat{EOF} + \widehat{FOD} = \widehat{AOD}$.

Thay số, ta có: $15^\circ + \widehat{EOF} + 15^\circ = 90^\circ$

$$\widehat{EOF} + 30^\circ = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EOF} = 60^\circ.$$

33. \widehat{xOy} và \widehat{yOz} là hai góc kề bù nhau, vậy tia Oy là tia chung. Ta có :

$$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz} \Rightarrow \widehat{xOy} + 50^\circ = 180^\circ.$$

Vậy : $\widehat{xOy} = 130^\circ$.

Oz là tia phân giác của \widehat{xOy} nên ta có :

$$\widehat{xOz} = \widehat{yOz} = \frac{\widehat{xOy}}{2} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ.$$

\widehat{xOy} và \widehat{yOz} là hai góc kề bù nhau nên hai góc đó thuộc hai mặt phẳng đối nhau bờ có chứa tia Oy. Vậy Ot và Oz cũng thuộc hai nửa mặt đối nhau đó.

Vậy tia Oy nằm giữa hai tia Ot và Oz. Ta có :

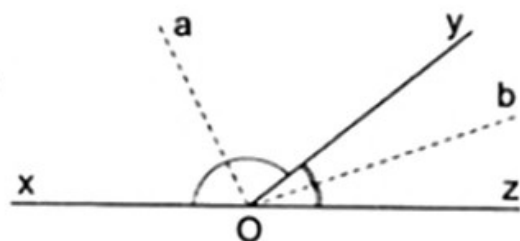
$$\widehat{AOy} + \widehat{yOz} = \widehat{tOz} \Rightarrow 65^\circ + 50^\circ = \widehat{tOz}.$$

Vậy : $\widehat{tOz} = 115^\circ$.

34. (H.148) Cách 1 : \widehat{xOy} và \widehat{yOz} là hai góc kề bù nhau nên :

$$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ$$

$$130^\circ + \widehat{yOz} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{yOz} = 50^\circ.$$



Hình 148

Tia Oa là phân giác của góc \widehat{xOy} nên :

$$\widehat{xOa} = \widehat{aOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ. \quad (1)$$

Tia Ob là phân giác của góc \widehat{yOz} nên : $\widehat{yOb} = \widehat{bOz} = \frac{\widehat{yOz}}{2} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ. \quad (2)$

Theo ví dụ 5 ta có thể chứng tỏ tia Oy nằm giữa hai tia Oa và Ob, nên ta có :

$$\widehat{aOy} + \widehat{yOb} = \widehat{aOb}. \quad (3)$$

Thay (1) và (2) vào (3), ta có : $65^\circ + 25^\circ = \widehat{aOb} \Rightarrow \widehat{aOb} = 90^\circ$.

Cách 2 : (Tổng quát với góc \widehat{xOy} bất kì, ta vẫn có kết quả đó).

Tia Oa là tia phân giác của \widehat{xOy} nên : $\widehat{aOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2}. \quad (4)$

Tia Ob là tia phân giác của \widehat{yOz} nên : $\widehat{yOb} = \frac{\widehat{yOz}}{2}$. (5)

Theo ví dụ 5 ta chứng tỏ được tia Oy nằm giữa hai tia Oa và Ob, nên ta có :

$$\widehat{aOy} + \widehat{yOb} = \widehat{aOb}. \quad (6)$$

Thay (4) và (5) vào (6), có :

$$\frac{\widehat{xOy}}{2} + \frac{\widehat{yOz}}{2} = \widehat{aOb} \Rightarrow \frac{\widehat{xOy} + \widehat{yOz}}{2} = \widehat{aOb}. \quad (7)$$

Mà \widehat{xOy} và \widehat{yOz} là hai góc kề bù nhau nên $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ$.

Thay vào (7), ta có : $\widehat{aOb} = \frac{180^\circ}{2} \Rightarrow \widehat{aOb} = 90^\circ$.

35. Tương tự cách giải 1 bài 34, ta thấy :

\widehat{xOy} và \widehat{yOz} kề bù nhau nên : $\widehat{yOz} = 180^\circ - \alpha^\circ$.

Tia Oa là tia phân giác của \widehat{xOy} nên $\widehat{aOy} = \frac{\alpha^\circ}{2}$. (1)

Tia Ob là tia phân giác của \widehat{yOz} nên $\widehat{yOb} = \frac{180^\circ - \alpha^\circ}{2}$. (2)

Ta chứng tỏ tia Oy nằm giữa hai tia Oa và Ob nên :

$$\widehat{aOy} + \widehat{yOb} = \widehat{aOb}. \quad (3)$$

Thay (1), (2) vào (3), ta được :

$$\widehat{aOb} = \frac{\alpha^\circ}{2} + \frac{180^\circ - \alpha^\circ}{2} = \frac{\alpha^\circ + 180^\circ - \alpha^\circ}{2} = 90^\circ.$$

Vậy : $\widehat{aOb} = 90^\circ$.

Nhận xét :

Qua cách giải 2 bài 34 thì góc \widehat{xOy} bất kì, ta vẫn chứng tỏ được $\widehat{AOB} = 90^\circ$.

Qua cách giải bài 35 ta thấy độ lớn \widehat{aOb} không phụ thuộc vào α° đầu bài đã cho, mà luôn luôn bằng 90° .

Kết luận : Hai góc kề bù nhau thì góc hợp bởi hai tia phân giác của hai góc đó bằng 90° (không phụ thuộc độ lớn hai góc đó).

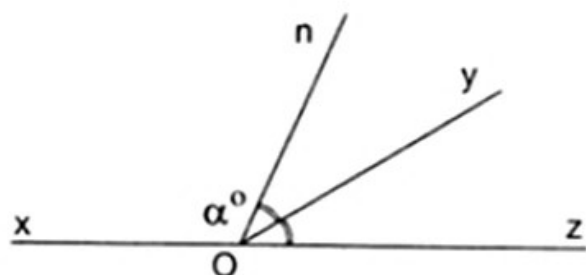
36. (H.149) *Cách 1* : Theo đầu bài tia On và Oy thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xz nên tia On chia xz thành hai góc kề bù nhau :

$$\widehat{xOn} + \widehat{nOz} = 180^\circ.$$

$$\text{Mà } \widehat{xOn} = \alpha^\circ \Rightarrow \widehat{nOz} = 180^\circ - \alpha^\circ.$$

Oy là tia phân giác của \widehat{nOz} nên Oy nằm giữa hai tia On và Oz và :

$$\widehat{yOz} = \frac{\widehat{nOz}}{2}.$$



Hình 149

$$\text{Thay số vào, ta có : } 30^\circ = \frac{180^\circ - \alpha^\circ}{2} \Rightarrow 180^\circ - \alpha^\circ = 60^\circ \Rightarrow \alpha^\circ = 120^\circ.$$

Vậy $\widehat{xOn} = \alpha^\circ = 120^\circ$ thì Oy là tia phân giác \widehat{nOz} .

Cách 2 : Oy là tia phân giác của \widehat{nOz} nên tia Oy nằm giữa hai tia On và Oz và : $\widehat{nOy} = \widehat{yOz} = 30^\circ$. Vậy $\widehat{nOz} = 60^\circ$.

Tia On và Oy thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xz nên ta có \widehat{xOn} và \widehat{nOz} là hai góc kề bù nhau.

$$\text{Ta có : } \widehat{xOn} + \widehat{nOz} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{xOn} + 60^\circ = 180^\circ.$$

Vậy : $\widehat{xOn} = \alpha^\circ = 120^\circ$ thì Oy là tia phân giác của góc \widehat{xOz} .

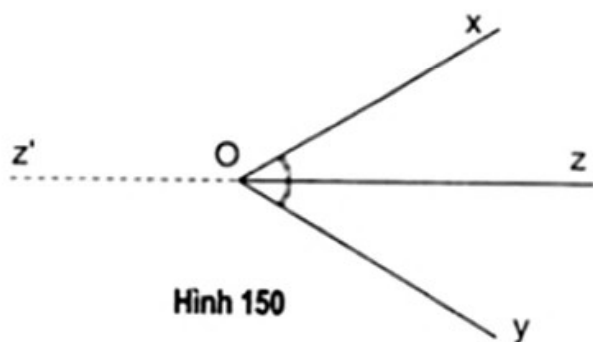
- 37*. (H.150) Oz là tia phân giác của góc \widehat{xOy} nên : $\widehat{xOz} = \widehat{zOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$.

Oz' là tia đối của tia Oz vậy z'z là một đường thẳng.

Xét nửa mặt phẳng bờ z'z có chứa tia Ox ta có : $\widehat{z'Ox}$ và \widehat{xOz} là hai góc kề bù nhau nên :

$$\widehat{z'Ox} + \widehat{xOz} = 180^\circ.$$

$$\text{Hay : } \widehat{z'Ox} + \frac{\widehat{xOy}}{2} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{z'Ox} = 180^\circ - \frac{\widehat{xOy}}{2}. \quad (2)$$



Hình 150

Tương tự xét nửa mặt phẳng bờ z'z có chứa tia Oy, ta có :

$$\widehat{z'Oy} + \frac{\widehat{xOy}}{2} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{z'Oy} = 180^\circ - \frac{\widehat{xOy}}{2}. \quad (3)$$

So sánh (2) và (3), suy ra : $\widehat{z'Ox} = \widehat{z'Oy}$.

38*. Khi vẽ được góc $\widehat{AOB} = 60^\circ$. Ta vẽ tiếp tia OC hợp với tia OA (đã vẽ) một góc $\widehat{AOC} = 30^\circ$ sẽ xảy ra hai trường hợp :

TH 1 : Tia OB và OC thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia OA (hình 151a).

Theo đầu bài tia OF nằm giữa hai tia OA và OB

nên ta có : $\widehat{AOF} + \widehat{FOB} = \widehat{AOB}$.

Thay số : $45^\circ + \widehat{FOB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{FOB} = 15^\circ$.

Vậy $\widehat{AOF} < \widehat{AOC}$ ($15^\circ < 30^\circ$) \Rightarrow tia OF nằm giữa hai tia OA và OC.

Lại có $\widehat{FOA} = 15^\circ \left(= \frac{\widehat{AOC}}{2} \right)$. Vậy OF là tia phân giác của góc \widehat{AOC} .

TH 2 : Tia OB và OC thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ có chứa tia OA. Khi đó tia OA nằm giữa tia OB và OC (hình 151b), ta có :

$$\widehat{BOA} + \widehat{AOC} = \widehat{BOC}.$$

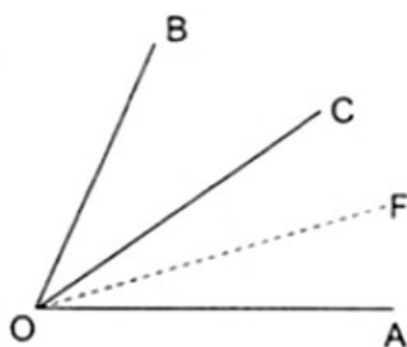
Thay số : $60^\circ + 30^\circ = \widehat{BOC}$. Vậy $\widehat{BOC} = 90^\circ$.

OF nằm giữa 2 tia OA và OB (theo đầu bài).

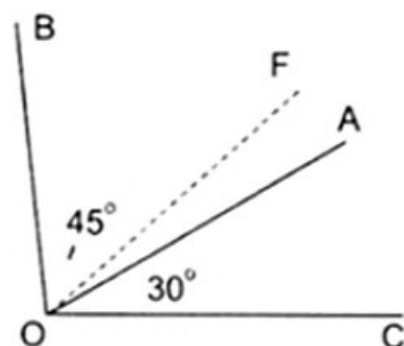
OF và OC thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ có chứa tia OA (cách vẽ).

Vậy tia OF nằm giữa hai tia OB và OC.

Lại có : $\widehat{BOF} = 45^\circ \left(= \frac{\widehat{BOC}}{2} \right)$. Vậy OF là tia phân giác của góc \widehat{BOC} .



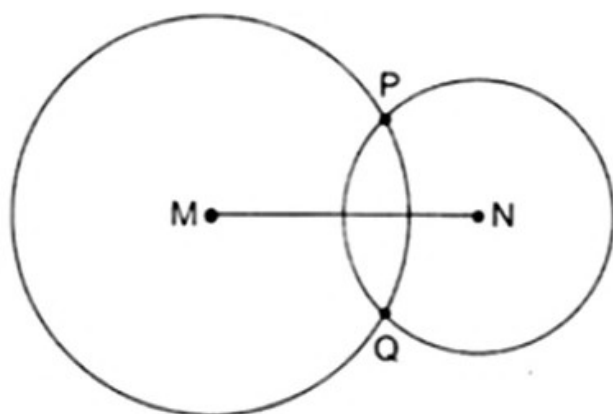
Hình 151a



Hình 151b

CHỦ ĐỀ 3

39. Dùng compa, mỗi đoạn thẳng là bán kính của một đường tròn, từ đó so sánh các bán kính của các đường tròn tạo bởi các đoạn thẳng đó
40. Dùng com pa để đặt liên tiếp 3 đoạn AB, CD, RS trên đường thẳng xy.
41. a) Vẽ hình 112a.
Bước 1 : Vẽ đoạn $AB = 1\text{cm}$.
Bước 2: Vẽ đường tròn (A; 1cm), đường tròn (B; 1cm). Hai đường tròn cắt nhau tại C và D.
Bước 3 : Vẽ đường tròn : (C; 1cm) và đường tròn (D; 1cm).
- b) Vẽ hình 112b :
Bước 1 : Vẽ đường tròn (O; 1cm) và đường tròn (O; 2cm)
Bước 2 : Chia đường tròn (O; 2cm) thành 6 cung bằng nhau bởi các điểm chia : $O_1; O_2; O_3; O_4; O_5; O_6$.
Bước 3 : Vẽ 6 đường tròn :
 $(O_1; 1\text{cm}); (O_2; 1\text{cm}); (O_3; 1\text{cm}); (O_4; 1\text{cm}); (O_5; 1\text{cm}); (O_6; 1\text{cm})$.
- c) Vẽ hình 112c :
Bước 1 : Vẽ đường tròn (O; 2cm) rồi chia đường tròn đó thành 6 cung bằng nhau bởi các điểm chia : $O_1; O_2; O_3; O_4; O_5; O_6$.
Bước 2 : Lấy 6 điểm đó là tâm vẽ các cung tròn: $(O_1; 2\text{cm}); (O_2; 2\text{cm}); (O_3; 2\text{cm}); \dots \dots$ (chỉ vẽ các cung là giao của đường tròn thứ hai với đường tròn (O; 2cm)).
42. Vẽ hình 113 : Vẽ 5 đường tròn có cùng tâm O (gọi là 5 đường tròn đồng tâm) có bán kính tương ứng của 5 đường tròn là $\pi_1; \pi_2; \pi_3; \pi_4; \pi_5$ sao cho $\pi_1 = 0,5\text{cm}; \pi_2 = 2\pi_1; \pi_3 = 3\pi_1; \pi_4 = 4\pi_1; \pi_5 = 5\pi_1$.
43. (H.152) a) $MP = MQ = 3\text{cm}$ (vì P và Q cùng thuộc đường tròn (M; 3cm)).
 $NP = NQ = 2\text{cm}$ (vì P và Q thuộc cùng đường tròn (N; 2cm)).
b) Đường tròn (N ; 2cm) cắt MN tại F, vậy $NF = 2\text{cm}$.
Mà $NF < MN$ ($NF = 2\text{cm}$; $NM = 4\text{cm}$). Vậy điểm F nằm giữa hai điểm M và N, ta có : $MF + FN = MN \Rightarrow MF + 2 = 4 \Rightarrow MF = 2$ (cm).
Suy ra : $MF = FN$ và F nằm giữa M và N.
Vậy F là trung điểm của đoạn thẳng MN.



Hình 152

c) $ME = 3\text{cm}$ (E thuộc đường tròn $(M; 3\text{cm})$); $MF = 2\text{cm}$ (câu b).

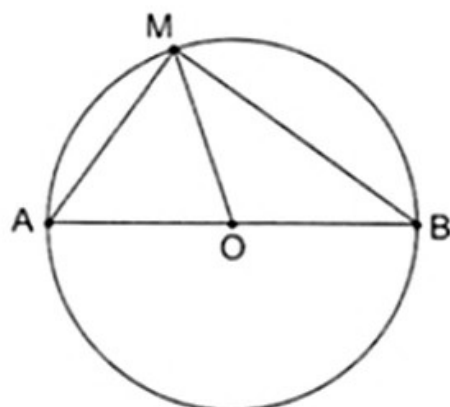
Vậy $MF < ME$ nên điểm F nằm giữa 2 điểm M và E. Ta có :

$$MF + FE = ME.$$

Thay số : $2 + FE = 3 \Rightarrow FE = 1(\text{cm})$.

44. (H.153) Các câu a,b,c tự liệt kê theo đầu bài.

d) Một cung chia đường tròn thành hai cung tròn, mà theo câu b ta chỉ ra 3 dây cung. Vậy tất cả có 6 cung tròn là : \widehat{AM} ; $\widehat{A_B M}$; \widehat{MB} ; $\widehat{M_A B}$ và hai cung là hai nửa đường tròn, đó là : \widehat{AB} và $\widehat{A_M B}$.

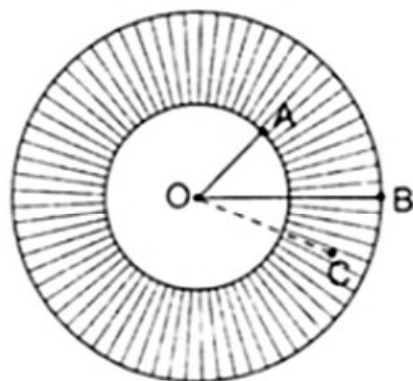


Hình 153

45. (H.154) a) Vẽ đường tròn $(O; 1\text{cm})$, đường tròn này gồm tất cả các điểm A cách O một khoảng là 1cm.

b) Tương tự vẽ đường tròn $(O; 2\text{cm})$, đường tròn này gồm tất cả các điểm B cách O một khoảng 2cm.

c) Hình nằm giữa hai đường tròn $(O; 1\text{cm})$ và $(O; 2\text{cm})$ (phần gạch chéo trên hình 154) là hình chứa tất cả các điểm C thoả mãn : $1\text{cm} \leq OC \leq 2\text{cm}$ (gọi là hình vành khuyên).



Hình 154

CHỦ ĐỀ 4

46. Có 5 hình tam giác là : $\triangle ADE$; $\triangle BDF$; $\triangle CEF$; $\triangle DEF$ và $\triangle ABC$. Tự điền các yếu tố của 5 tam giác đó vào bảng.

47. a) Bước 1 : Đặt đoạn $BC = 5\text{cm}$.

Bước 2: Vẽ đường tròn (B; 4cm); vẽ đường tròn (C; 4cm).

Bước 3: Hai đường tròn trên cắt nhau tại 2 điểm A và A'.

Nối A với B; A với C ta có $\triangle ABC$.

Nối A' với B và A' với C ta còn có trong tam giác thứ hai $\triangle A'BC$ thoả mãn điều kiện đầu bài.

b) Giải tương tự câu a (tự nêu các bước vẽ).

c) Giải tương tự câu a (tự nêu các bước vẽ).

48. (H.155) a) Theo đầu bài điểm E nằm giữa hai điểm B và C. Vậy tia AF nằm giữa hai tia AB và AC, ta có : $\widehat{BAE} + \widehat{EAC} = \widehat{BAC}$, hay :

$$25^\circ + \widehat{EAC} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{EAC} = 75^\circ.$$

Xét nửa mặt phẳng bờ AC có điểm B. Vì $\widehat{CAF} < \widehat{CAE}$ ($25^\circ < 75^\circ$) nên ta có tia AF nằm giữa hai tia AC và AE. (1)

Vậy điểm F nằm giữa hai điểm C và E (H.155)

b) Từ (1) suy ra : $\widehat{CAF} + \widehat{FAE} = \widehat{CAE}$. Thay số vào ta có :

$$25^\circ + \widehat{FAE} = 75^\circ \Rightarrow \widehat{FAE} = 50^\circ.$$

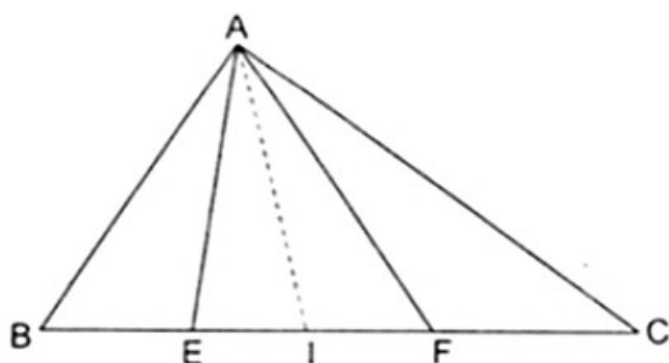
c) AI là tia phân giác của \widehat{BAC} . Vậy : $\widehat{BAI} = \widehat{IAC} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$.

Xét nửa mặt phẳng bờ là AC có chứa điểm B. Vì $\widehat{CAF} < \widehat{CAI}$ ($25^\circ < 50^\circ$) nên tia AF nằm giữa hai tia AC và AI. Ta có :

$$\widehat{IAF} + \widehat{FAC} = \widehat{IAC}$$

$$\widehat{IAF} + 25^\circ = 50^\circ \Rightarrow \widehat{IAF} = 25^\circ.$$

Xét nửa mặt phẳng bờ AF có chứa điểm B.



Hình 155

Ta có : $\widehat{FAE} = 50^\circ$ (câu c); $\widehat{FAI} = 25^\circ$ (câu c), vậy $\widehat{FAI} < \widehat{FAE}$ nên tia AI nằm giữa hai tia AF và AE.

Lại có $\widehat{FAI} = \frac{1}{2}\widehat{FAE} \left(25^\circ = \frac{50^\circ}{2} \right) \Rightarrow$ tia AI là tia phân giác của góc \widehat{FAE} .

d) theo đầu bài AI là tia phân giác của góc \widehat{BAC} .

Theo câu c, ta có : AF là tia phân giác của góc \widehat{CAI} .

AE là tia phân giác của góc \widehat{BAI} .

AI là tia phân giác của góc \widehat{EAF} .

49. Cách 1: (giải theo cách liệt kê)

Ta chọn một trong số năm điểm, nối điểm đó với hai trong số bốn điểm còn lại để được một tam giác và liệt kê những tam giác vẽ được.

Cứ như thế ta chọn điểm thứ 2, 3, 4, 5. Những lần liệt kê sau bỏ những tam giác đã ghi ở lần trước.

Cách 2: Cũng chọn điểm thứ i (chẳng hạn điểm A). Còn lại bốn điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, theo cách giải bài 35 phần ôn tập chương I thì số đoạn thẳng vẽ được qua bốn điểm là : $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ (đoạn thẳng).

Lấy mỗi đoạn thẳng đó làm đáy của một tam giác. Nối hai đầu của nó với điểm A ta được một tam giác. Vậy tất cả có sáu tam giác chung đỉnh A và cạnh đáy là sáu đoạn thẳng nói trên.

Vì thế với năm điểm ta sẽ vẽ được : 5×6 (tam giác).

Nhưng với mỗi tam giác trên ta đã tính ba lần. Chẳng hạn khi chọn điểm A ta có $\triangle ABC$. Khi chọn điểm B ta có tam giác $\triangle BCA$ và khi chọn điểm C ta cũng có $\triangle CAB$.

Vậy tổng số tam giác vẽ được chỉ có : $\frac{5 \times 6}{3} = 10$ (tam giác).

ÔN TẬP CHƯƠNG II

50. Tự trả lời 6 câu hỏi.

51. a) Đường tròn $(O_1; O_1A)$; đường tròn $(O_2; O_2A)$.

Đường tròn O_1 có các cung \widehat{AMB} ; \widehat{ANB} và dây AB.

Đường tròn O_2 có các dây là AC; CD; DB và AB.

b) Dùng thước đo độ đo 3 góc đó sẽ thấy chúng bằng nhau.

Dùng thước dài đo 3 cạnh sẽ thấy 3 cạnh đó bằng nhau.

c) Bán kính đường tròn O_1 bằng 2 lần bán kính đường tròn O_2 .

52. a) Giả sử \widehat{xOy} phụ với $\widehat{x'O'y'}$, ta có :

$$\widehat{xOy} + \widehat{x'O'y'} = 90^\circ \Rightarrow 3\widehat{x'O'y'} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{x'O'y'} = 30^\circ.$$

Vậy $\widehat{xOy} = 60^\circ$.

b) Tương tự, có hai góc bù nhau : $\widehat{BAC} + \widehat{EOP} = 180^\circ$

Mà $\widehat{BAC} = 2\widehat{EOP}$, ta có : $2\widehat{EOP} + \widehat{EOP} = 180^\circ$

$$\Rightarrow 3\widehat{EOP} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{EOP} = 60^\circ \text{ và } \widehat{BAC} = 120^\circ.$$

53. a) $\widehat{AOB} = 45^\circ$.

b) $\widehat{AOB} = 45^\circ$.

c) Tia OC chia góc \widehat{AOB} thành hai góc, ta có :

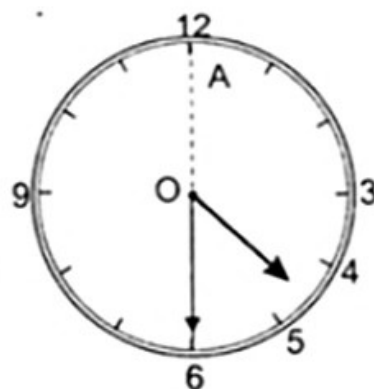
$$\widehat{AOC} + \widehat{COB} = 21^\circ 15' + 15^\circ 45' \Rightarrow \widehat{COB} = 36^\circ 60' = 37^\circ.$$

Vậy : $\widehat{AOB} = 21^\circ 15' + 37^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = 58^\circ 15'$.

54. (H.156) *Cách 1*: Lúc 4h30' kim giờ ở giữa vạch số 4 và 5, kim phút ở vạch số 6. Đồng hồ được chia đều thành 12 phần (mỗi phần 1 giờ).

Từ vạch số 6 đến vạch 4, 5 có 1,5 (phần). Vậy góc

đó là $\frac{360^\circ}{12} \times 1,5 = 45^\circ$.



Hình 156

Cách 2 : Tia đối của kim phút là tia OA (đi qua vạch 12 giờ).

Vậy góc tạo bởi tia OA và kim phút là góc bẹt 180° .

Góc tạo bởi tia OA và kim giờ là : $\frac{360^\circ}{12} \times 4,5 = 135^\circ$. Góc này kề bù với góc

cần tìm, vậy góc cần tìm là 45° .

55. (H.157) OE là tia phân giác của góc \widehat{AOB} , ta có : $\widehat{AOE} = \widehat{EOB}$. (1)

OF là tia phân giác của \widehat{BOC} , ta có : $\widehat{BOF} = \widehat{FOC}$. (2)

Cộng vế với vế của (1) và (2), ta có :

$$\widehat{AOE} + \widehat{COF} = \widehat{EOB} + \widehat{BOF}. \quad (3)$$

Ta chứng tỏ được OB nằm giữa hai tia OE và OF (theo ví dụ 5, dạng 4 – chủ đề 2), nên ta có : $\widehat{EOB} + \widehat{BOF} = \widehat{EOF}$.

Mà theo đầu bài $\widehat{EOF} = 90^\circ$. Thay vào (3), ta có :

$$\begin{aligned} \widehat{AOE} + \widehat{COF} &= \widehat{EOB} + \widehat{BOF} = 90^\circ \\ \Rightarrow (\widehat{AOE} + \widehat{COF}) + (\widehat{EOB} + \widehat{BOF}) &= 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ. \end{aligned}$$

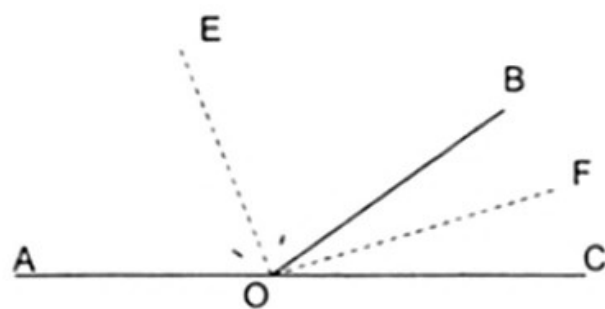
Qua chứng tỏ trên, ta kết luận : Nếu hai góc kề nhau có hai tia phân giác tạo thành một góc 90° (góc vuông) thì hai góc đó là hai góc kề và bù nhau. (bài toán này là bài toán ngược của bài toán 29, dạng 4 – chủ đề 2).

56. (H.158) a) Theo đầu bài điểm M nằm giữa hai điểm A và C, nên tia BM nằm giữa hai tia BA và BC.

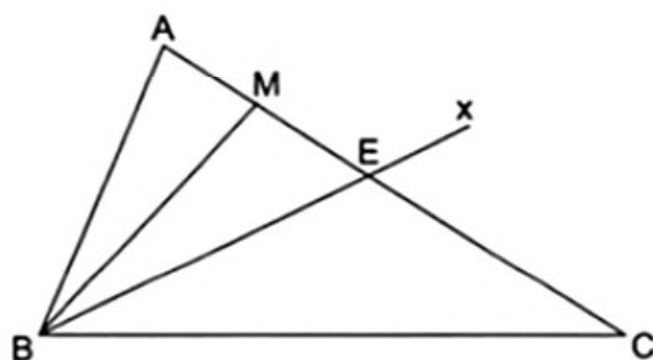
Ta có : $\widehat{ABM} + \widehat{MBC} = \widehat{ABC}$, thay vào có : $20^\circ + \widehat{MBC} = 80^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{MBC} = 60^\circ$

$\Rightarrow \widehat{EBC} < \widehat{MBC} (20^\circ < 60^\circ)$.

Vậy tia BE nằm giữa hai tia BM và BC.



Hình 157



Hình 158

(1)

b) Từ (1) suy ra : $\widehat{MBE} + \widehat{EBC} = \widehat{MBC}$, thay số vào ta có :

$$30^\circ + \widehat{EBC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{EBC} = 30^\circ.$$

Tia BE nằm giữa hai tia BM và BC (theo (1)). Lại có góc $\widehat{EBC} = \frac{\widehat{MBC}}{2} = 2$.

Vậy BE là tia phân giác của góc \widehat{MBC} .

c) Các góc kề mà bù nhau là : \widehat{AMB} và \widehat{BMC} ; \widehat{BEM} và \widehat{BEC} .

Các góc kề mà không bù nhau là : \widehat{AMB} và \widehat{MBC} ; \widehat{ABM} kề với \widehat{MBE} ; \widehat{ABE} kề với \widehat{EBC} ; \widehat{MBE} kề với \widehat{EBC} .

57. (H.159) a) Theo đầu bài điểm M nằm giữa hai điểm A và B nên ta có :

$$MA + MB = AB \Rightarrow 3 + MB = 5.$$

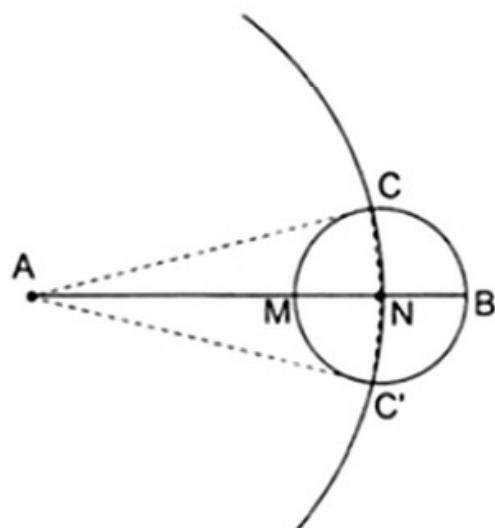
Vậy $MB = 2$ (cm).

$\Rightarrow NB < MB$ (1cm < 2cm). Suy ra điểm N nằm giữa hai điểm M và B. (1)

b) Từ (1), ta có :

$$MN + NB = MB$$

$$MN + 1 = 2 \Rightarrow MN = 1 \text{ (cm)}.$$



Hình 159

Vậy đường tròn (N; NB), hay (N; 1cm) phải đi qua M.

c) Xét $\triangle ACN$ có : $AN = AM + MN \Rightarrow AN = 3 + 1 \Rightarrow AN = 4$ cm.

$AC = 4$ cm (vì C thuộc đường tròn (A ; AN) hay (A ; 4cm)).

$NC = 1$ cm (vì C thuộc đường tròn (N ; NB) hay (N ; 1cm)).

Vậy chu vi $\triangle ANC$ bằng $AN + NC + AC = 4 + 1 + 4 = 9$ (cm).

d) Xét $\triangle ANC$ và $\triangle ANC'$ có cạnh AN chung cho 2 tam giác

$AC = AC'$ (vì C và C' cùng thuộc đường tròn (A ; AN))

$NC = NC'$ (vì C và C' cùng thuộc đường tròn (N ; NB))

Vậy $\triangle ANC$ và $\triangle ANC'$ có các cạnh bằng nhau từng đôi một (H.159)

MỤC LỤC

Lời nói đầu	3
Chương 1. ĐOẠN THẲNG	5
Chủ đề 1. Điểm – Đường thẳng	5
Chủ đề 2. Điều kiện xác định một đường thẳng.	
Vị trí tương đối của hai đường thẳng	8
Dạng 1. Ba điểm thẳng hàng	9
Dạng 2. Đường thẳng đi qua hai điểm	11
Thực hành. Dóng đường thẳng – Trồng cây thẳng hàng	16
Chủ đề 3. Tia – Đoạn thẳng	18
Dạng 1. Khái niệm về tia – Cách vẽ tia	19
Dạng 2. Đoạn thẳng – Độ dài đoạn thẳng.	
Vẽ đoạn thẳng – Khi nào $AM + MB = AB$?	22
Dạng 3. Tìm trung điểm của đoạn thẳng	26
Ôn tập chương 1	30
LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ	34
Chương 2. GÓC	56
Chủ đề 1. Nửa mặt phẳng	56
Chủ đề 2. Góc	61
Dạng 1. Góc – Phân loại góc – Tính số đo góc	62
Dạng 2. Các phép tính về góc. Khi nào thì $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$?	66

Dạng 3.	Vẽ một góc khi biết số đo	71
Dạng 4.	Tia phân giác	77
Chủ đề 3.	Đường tròn	83
Chủ đề 4.	Tam giác	86
	<i>Thực hành.</i> Đo góc trên mặt đất	90
	Ôn tập chương 2	92
LỜI GIẢI – HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ		96

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch Hội đồng Thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI

Tổng biên tập kiêm Phó Tổng Giám đốc NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung:

Phó Tổng biên tập NGÔ ÁNH TUYẾT

Giám đốc CTCP Sách giáo dục tại TP Hà Nội CÁN HỮU HẢI

Biên tập nội dung:

ĐỖ HỮU PHÚ – MAI MINH TUÂN

Sửa bản in:

MAI MINH TUÂN

Trình bày bìa:

HOÀNG MẠNH DỨA

Chế bản:

ĐỖ HỮU PHÚ – MAI MINH TUÂN

Công ty cổ phần Sách giáo dục tại TP. Hà Nội -
Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam giữ quyền công bố tác phẩm

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN 6 THEO CHỦ ĐỀ - PHẦN HÌNH HỌC
(BÁM SÁT CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG)

Mã số: T6T70s2 - TTS

Số đăng ký KHXB: 57-2012/CXB/530-23/GD

In 5.000 bản (27TK), khổ 17 x 24 cm, tại CTCP In Khoa học Công nghệ mới

Địa chỉ: Số 181 Lạc Long Quân, Nghĩa Đô, Cầu Giấy, Hà Nội

In xong và nộp lưu chiểu tháng 5 năm 2012.